Institut für Mathematik
Carsten Trunk
Philipp Schmitz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Übungsblatt 4
26. April 2016

Analysis II

im Sommersemester 2016

Abgabe: In der Übung am 12. Mai 2016

Aufgabe 17: Gib eine Formel für alle Lösungen der Gleichung $z^n = z_0$ für $z_0 \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$, an und beweise, dass es nur diese Lösungen gibt. Bestimme anschließend alle Lösungen der Gleichungen

$$\text{(i)} \quad z^8 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}, \qquad \text{(ii)} \quad w^6 = \frac{8}{\mathrm{i}}.$$

Aufgabe 18: Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \arcsin(\sin(x))$. Stelle f über dem Intervall $[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ graphisch dar und beweise anschließend, dass

$$f(x) = (-1)^{\operatorname{floor}\left(\frac{x}{\pi}+\frac{1}{2}\right)} \left(x - \pi \operatorname{floor}\left(\frac{x}{\pi} + \frac{1}{2}\right)\right)$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt. Für $y \in \mathbb{R}$ bezeichne hierbei $\operatorname{floor}(y)$ die eindeutig bestimmte ganze Zahl n, sodass $n \leq y < n + 1$ gilt. Es darf als bekannt vorausgesetzt werden, dass $\arcsin(-x) = \arcsin(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 19: Bestimme die Ableitungen von $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ im Punkt $a \in (0, \infty)$ für f gegeben durch

$$\text{(i) } f(x) = x^x, \quad \text{(ii) } f(x) = (x^x)^x, \quad \text{(iii) } f(x) = x^{(x^x)}, \quad \text{(iv) } f(x) = x^{\frac{1}{x}}, \quad \text{(v) } f(x) = x^{\sin(x)}.$$

Aufgabe 20: Es sei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^2, & \text{für } x < 0 \\ x^3, & \text{für } x \geq 0 \end{cases}.$$

Zeige, dass die Funktionen f differenzierbar, $f' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aber nur stetig und nicht differenzierbar ist.

Einen schönen Feiertag!