

## Analysis II im Sommersemester 2016

**Abgabe:** In der Übung am 2. Juni 2016

**Aufgabe 29:** Berechne die nachfolgenden Integrale:

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx \quad \text{und} \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{\sin(x)} \, dx.$$

**Aufgabe 30:** Berechne die nachfolgenden Integrale:

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{-\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos(x)} \, dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin(x) \, dx \quad \text{und} \quad \int_1^4 e^{\sqrt{x}} \, dx.$$

**Aufgabe 31:** Berechne die nachfolgenden uneigentlichen Integrale:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} \, dx \quad \text{und} \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx.$$

**Aufgabe 32:** Untersuche die nachfolgenden Reihen mit Hilfe des Integralvergleichskriteriums auf Konvergenz:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n)}{n} \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log((n+1)^{n+1})}.$$

**Satz (Integralvergleichskriterium):** *Es sei  $f : [1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  eine monoton fallende Funktion. Dann gilt:*

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n) \text{ konvergiert} \iff \int_1^{\infty} f(x) \, dx \text{ konvergiert.}$$