Institut für Mathematik
Carsten Trunk
Philipp Schmitz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Übungsblatt 1
4. November 2015

Analysis I
im Wintersemester 2015/2016

Ablauf: Die Übung findet in der Regel wöchentlich montags um 17:00 Uhr im Curie-Hörsaal statt. Die Übungsblätter können unter

http://www.tu-ilmenau.de/analysis/team/philipp-schmitz/

heruntergeladen werden. Die Aufgaben des jeweiligen Übungsblattes sollen gelöst und zu Beginn der nächsten Übung abgeben werden. Eine Abgabe in Zweiergruppen ist erwünscht.

Ausnahmen: Die Vorlesung am Freitag, den 16. Oktober 2015, wird auf Montag, den 19. Oktober 2015, 17:15 – 18:30 Uhr verschoben. Im Austausch findet am Freitag, den 16. Oktober 2015, von 11:00 Uhr bis 12:30 Uhr die erste Übung statt.

Schein: Zum Erhalt des Scheins „Analysis I" als eine Prüfungsvorleistung für die Prüfung „Analysis I/II" werden folgende Anforderungen gestellt:

(i) Es müssen mindestens 50 % der in der Übung erreichbaren Punkte erreicht werden.

(ii) Es muss mindestens eine Aufgabe in der Übung an der Tafel vorgerechnet werden. Jede weitere vorgerechnete Übungsaufgabe wird mit bis zu 2 Zusatzpunkten belohnt. Über den Erhalt des Scheins wird schließlich im Rahmen einer mündlichen Rücksprache am Ende des Semesters entschieden.

Abgabe: Bis zur Übung am 26. Oktober 2015

Aufgabe 1: Beweise für jedes $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, die folgenden Summenformeln:

(i) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$,

(ii) $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

Aufgabe 2:

Beweise, dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$,

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

gilt!

Institut für Mathematik
Carsten Trunk
Philipp Schmitz

Aufgabe 3: Zeige, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, die nachfolgenden Produktformeln gelten:

(i) $4^1 \cdot 4^2 \cdot \ldots \cdot 4^n = 2^{n(n+1)}$,

(ii) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{n+2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 + \frac{1}{n+n}\right) = 2 - \frac{1}{n+1}$.

Aufgabe 4: Beweise die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion!

(i) Für jede natürliche Zahl $n \geq 4$ gilt

$$n^2 \leq 2^n \leq n!.$$

(ii) Für jede reelle Zahl $x > -1$ mit $x \neq 0$ und alle natürlichen $n \geq 2$ ist die sogenannte *Bernoulli-Ungleichung*

$$(1+x)^n > 1 + nx$$

erfüllt.