Institut für Mathematik
Carsten Trunk
Philipp Schmitz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Übungsblatt 2
26. Oktober 2015

Analysis I
im Wintersemester 2015/2016

Abgabe: Bis zur Übung am 2. November 2015

Aufgabe 5: Beweise die nachstehenden Folgerungen aus den Axiomen der Addition **(A.1)** bis **(A.4)**. Jeweils vorher bewiesene Aussagen dürfen verwendet werden.

(C) Es gilt $-0 = 0$.

(D) Für alle reellen Zahlen a und b besitzt die Gleichung $a+x = b$ die eindeutige Lösung

$$x = b - a.$$

(E) Für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt $-(-x) = x$.

(F) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $-(x + y) = -x - y$.

Aufgabe 6: Leite die nachfolgenden Aussagen aus den Axiomen der Multiplikation **(M.1)** bis **(M.4)** sowie dem Distributivgesetz **(D)** her. Jeweils vorher bewiesene Aussagen dürfen verwendet werden.

(G) Das neutrale Element der Multiplikation (Eins) ist durch seine Eigenschaften eindeutig bestimmt.

(H) Das inverse Element einer reellen Zahl $x \neq 0$ ist eindeutig bestimmt.

(I) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq 0$ besitzt die Gleichung $ax = b$ die eindeutige Lösung

$$x = a^{-1}b.$$

(J) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ gilt $(x + y)z = xz + yz$.

Aufgabe 7: Zeige die nachfolgenden Aussagen. Die Axiome **(A.1)** bis **(A.4)**, **(M.1)** bis **(M.4)**, **(D)**, sowie die Aussagen (A) bis (I) dürfen benutzt werden.

(K) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $x \cdot 0 = 0$.

(L) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $xy = 0$ genau dann, wenn $x = 0$ oder $y = 0$.

(M) Für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt $-x = (-1) \cdot x$.

(N) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $(-x)(-y) = xy$.

(O) Für jede reelle Zahl $x \neq 0$ gilt $(x^{-1})^{-1} = x$.

(P) Für alle reellen Zahlen $x \neq 0$ und $y \neq 0$ gilt $(xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$.

Aufgabe 8: Es seien $n, m \in \mathbb{N}$ sowie $a_{i,j} \in \mathbb{R}$ für $i = 1, \ldots, n$ und $j = 1, \ldots, m$. Zeige, dass

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{i,j} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} a_{i,j} \tag{Q}$$

gilt.