Institut für Mathematik
Henrik Winkler
Philipp Schmitz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

Übungsblatt 5
7. Januar 2016

Funktionentheorie
im Wintersemester 2015/2016

Bearbeitung in der Übung am 14. Januar 2016

Aufgabe 17: Es sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet. Zeige nachfolgende Aussagen.

(i) Eine reellwertige, harmonische Funktion $u : \Omega \to \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft, dass u^2 ebenfalls harmonisch ist, ist konstant.

(ii) Ist $f : \Omega \to \mathbb{C}$ eine analytische Funktionen, für die $|f|^2$ harmonisch ist, so ist f konstant.

Aufgabe 18: Es sei f eine komplexwertige Funktion in einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{C}$, sodass f und f^2 harmonische Funktionen sind. Zeige, dass dann entweder f oder $\bar{f}$ eine holomorphe Funktion ist.

Aufgabe 19: Was gilt für die Menge der Nullstellen des Gradienten einer harmonischen Funktion f in einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{C}$?

Aufgabe 20: Zeige, dass für eine holomorphe, nullstellenfreie Funktion f in einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{C}$ die Funktion $\ln |f|$ in Ω harmonisch ist.