

## Blatt 1

### Präsenzübung – Kovarianzen

#### Aufgabe 1.1 Rechnen mit Kovarianzen

Gegeben seien zwei Zufallsvektoren  $x, y \in \mathbf{R}^n$ . Zeigen Sie für die Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Cov}(x, y) = (\mathbf{E}[(x_i - \mathbf{E} x_i)(y_j - \mathbf{E} y_j)])_{i,j=1}^n$$

die folgenden Aussagen:

- (i)  $\mathbf{Cov}(x, y) = \mathbf{E} xy^t - (\mathbf{E} x)(\mathbf{E} y)^t$
- (ii)  $\mathbf{Cov}(x, y) = \mathbf{E} xy^t$ , falls  $\mathbf{E} x = 0$  oder  $\mathbf{E} y = 0$
- (iii)  $\mathbf{Cov}(Ax, By) = A \mathbf{Cov}(x, y) B^t$
- (iv)  $\mathbf{Cov}(Ax) = A \mathbf{Cov}(x) A^t$
- (v)  $y$  fast sicher konstant  $\Rightarrow x$  und  $y$  sind unkorreliert.

*Bemerkung:* Man nennt  $x$  und  $y$  **unkorreliert**, falls  $\mathbf{Cov}(x, y) = 0$ .