

Analysis III

7. Übungsserie zur Abgabe am 10.12.2014

Thema: Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

Aufgabe 28

Bestimme ein *reelles* Fundamentalsystem von Lösungen für die folgenden Differentialgleichungen:

- (a) $y'' - 4y' + 4y = 0$,
- (b) $y''' - 2y'' + 2y' - y = 0$,
- (c) $y^{(4)} + y = 0$.

Aufgabe 29 (6 P)

Bestimme alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

- (a) $y'' + 3y' + 2y = 2$,
- (b) $y'' - 4y' + 6y = 4xe^x - \sin x$,
- (c) $y''' - 2y'' + y' = 1 + e^x \cos(2x)$.

Aufgabe 30

Man bestimme alle reellen Lösungen der Differentialgleichung

$$x'' + 2\mu x' + \omega_0^2 x = a \cos(\omega t)$$

für $\omega, \omega_0, \mu \in (0, \infty)$, $a \in \mathbb{R}$ und untersuche deren Verhalten für $t \rightarrow \infty$.

Aufgabe 31 (4 P)

Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Zeige, dass A genau dann schief-symmetrisch ist ($A^\top = -A$), wenn die Funktion $\|\varphi(\cdot)\|$ für alle Lösungen $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ von $y' = Ay$ konstant ist.