

**1. Übungsblatt****Mathematische Methoden für Studierende der Regenerativen Energietechnik****1. Aufgabe:**

(2 Punkte)

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$(1 + e^x)yy' = e^x \quad \text{mit} \quad y(0) = 1.$$

**2. Aufgabe (Radioaktiver Zerfall):**

(3 Punkte)

Von der Annahme, dass die Zahl  $\Delta n$  der Atome, die in der (kleinen) Zeitspanne  $\Delta t$  zerfällt, der gerade vorhandenen Zahl  $n(t)$  und der Zerfallszeit  $\Delta t$  proportional ist ( $\Delta n = -\lambda n(t)\Delta t$ ), ergibt sich sofort die Differentialgleichung des radioaktiven Zerfalls.  $\lambda$  ist eine positive Konstante, die sogenannte Zerfallskonstante der Substanz ( $\frac{\ln 2}{\lambda}$  ist die Halbwertszeit). Diese Gleichung kann unter anderem zur Berechnung des Alters fossiler Objekte benutzt werden. Die Radiokarbonmethode zur Datierung fossiler Objekte wurde von dem amerikanischen Chemiker W.F. Libby entwickelt, der für diese Leistung 1960 den Nobelpreis erhielt. Ihre Grundlagen sind die folgenden:

- Neben dem nichtradioaktiven Kohlenstoff  $C^{12}$  gibt es den radioaktiven Kohlenstoff  $C^{14}$  mit der Zerfallskonstanten  $\lambda = 0,00012/\text{Jahr}$ . Das Verhältnis von  $C^{12}$  zu  $C^{14}$  in der Atmosphäre ist im wesentlichen konstant ( $C^{14}$  zerfällt zwar laufend, wird aber durch die Weltraumstrahlung auch ständig neu erzeugt).
- Lebende Pflanzen und Tiere unterscheiden nicht zwischen  $C^{12}$  und  $C^{14}$ . Das Verhältnis von  $C^{12}$  zu  $C^{14}$  in einem lebenden Organismus ist also dasselbe wie in der Atmosphäre. Sobald der Organismus gestorben ist, beginnt sich das Verhältnis zu ändern, weil  $C^{14}$  zerfällt, aber nicht mehr aufgenommen wird.
- Das Verhältnis von  $C^{12}$  zu  $C^{14}$  in dem toten Organismus kann durch eine radiochemische Analyse bestimmt werden. Daraus kann die seit dem Tod verstrichene Zeit berechnet werden.

Bei Ausgrabungen einer Hausruine in Mesopotamien wurde verkohltes Holz gefunden, bei dem das Verhältnis von  $C^{14}$  zu  $C^{12}$  nur 60% des Verhältnisses war, das in heute wachsenden Bäumen angetroffen wird. Wie alt ist die Ruine etwa?

**3. Aufgabe:**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichung.

$$x''' + x = e^t.$$

**4. Aufgabe:**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für

$$x'' - 2x' + x = \frac{e^t}{\sqrt{t}}.$$

Eine Partikulärlösung bestimme man dabei mittels Variation der Konstanten.

**5. Aufgabe:**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für

$$x'' + 4x = 4 \sin(2t).$$

**6. Aufgabe:**

(3 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für

$$x'' + x' - 2x = 4 \cos(2t).$$

**Scheinkriterien:** 50 % der Punkte in den Hausaufgaben, Abgabe in Gruppen zu je zwei Studierenden ist erwünscht. Zudem gibt es am Ende des Semesters eine mündliche Rücksprache, die mit Erfolg abgeschlossen werden muss.

**Achtung:** Wegen einer Exkursion fällt auch die Vorlesung am 5. November 2013 aus!

**Abgabe:** In der nächsten Vorlesung am 7. November 2013.