TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU Wintersemester 2013/20014
Institut für Mathematik
PROF. DR. CARSTEN TRUNK

5. Übungsblatt
Mathematische Methoden für Studierende der Regenerativen Energietechnik

1. Aufgabe: (5 Punkte)
Lösen Sie mittels Separationsansatz das Anfangswertproblem für

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) = 2\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) - u(x,t),$$
$$u(x,0) = \sin x + \cos(3x).$$

2. Aufgabe: (3 Punkte)
Lösen Sie auf dem Intervall $[0,1]$ die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' = \lambda y, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

3. Aufgabe: (6 Punkte)
Lösen Sie mit der 2. Aufgabe das folgende Rand-Anfangswertproblem

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) + 2\frac{\partial u}{\partial x}(x,t), \quad x \in]0,1[, \quad t > 0,$$

mit den Randbedingungen

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

und den Anfangsbedingungen

$$u(x,0) = e^{-x}\sin(3\pi x).$$

4. Aufgabe: (6 Punkte)
Lösen Sie mit der 2. Aufgabe das folgende Rand-Anfangswertproblem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) + 2\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) + t^2 e^{-x}\sin(\pi x), \quad x \in]0,1[, \quad t > 0,$$

mit den Randbedingungen

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

und den Anfangsbedingungen

$$u(x,0) = e^{-x}\sin(3\pi x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0.$$

Hinweis: Als Ansatz (Variation der Konstanten) benutze man die Funktion

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k(t)e^{-x}\sin k\pi x.$$

Abgabe: In der Übung am 30. Januar 2014, 17:00 Uhr.