

Systemtheorie 2 Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Seien M and N zwei Teilräume eines Vektorraumes \mathfrak{V} . Zeigen Sie, dass

$$\frac{M}{M \cap N} \cong \frac{M + N}{N}.$$

gilt. Tip: Betrachte die Abbildung

$$J : M \rightarrow \frac{M + N}{N}, \quad J(m) = [m].$$

Aufgabe 2

Sei \mathcal{V} ein A -invarianter Teilraum von \mathbb{R}^n und \mathbb{C}_g ein Stabilitätsbereich. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. \mathcal{V} ist stabil,
2. $\mathcal{V} \subset X_g(A)$,
3. $\lambda I - A) \mathcal{V} = \mathcal{V} \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}_b$.

Aufgabe 3

Seien \mathcal{V} und \mathcal{W} wie in Satz 1.21 gegeben. Sei \mathcal{U} ein A -invarianter Teilraum. Zeigen Sie:

$$\mathcal{V} \subset \mathcal{U} \iff \mathcal{U} + \mathcal{W} = \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe 4

Sei \mathcal{V} ein Teilraum von \mathbb{R}^n und \mathbb{C}_g ein Stabilitätsbereich. Zeigen Sie: Es existiert ein $F \in F_-(\mathcal{V})$ mit $\sigma(A + BF) \subset \mathbb{C}_g$ genau dann, wenn \mathcal{V} ein stabilisierender Teilraum ist und (A, B) stabilisierbar ist.