Henrik Winkler
TU Ilmenau

Sommersemester 2019

Systemtheorie 2
Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Seien M and N zwei Teilräume eines Vektorraumes $\mathfrak{V}$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{M}{M \cap N} \cong \frac{M+N}{N}.$$

gilt. Tip: Betrachte die Abbildung

$$J : M \to \frac{M+N}{N}, \quad J(m) = [m].$$

Aufgabe 2

Sei $\mathcal{V}$ ein A-invarianter Teilraum von $\mathbb{R}^n$ und $\mathbb{C}_g$ ein Stabilitätsbereich. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind, wobei in (iii) die komplexe Erweiterung von $\mathcal{V}$ betrachtet wird:

1. $\mathcal{V}$ ist stabil,
2. $\mathcal{V} \subset X_g(A)$,
3. $(\lambda I - A)\mathcal{V} = \mathcal{V} \quad$ für alle $\lambda \in \mathbb{C}_b$.

Aufgabe 3

Sei $\mathcal{V}$ ein Teilraum von $\mathbb{R}^n$und $\mathbb{C}_g$ ein Stabilitätsbereich. Zeigen Sie: Es existiert ein $F \in \mathcal{F}_{-}(\mathcal{V})$ mit $\sigma(A + BF) \subset \mathbb{C}_g$ genau dann, wenn $\mathcal{V}$ ein stabilisierender Teilraum ist und (A, B) stabilisierbar ist.

Aufgabe 4

Ein Teilraum $\mathcal{V}$ von $\mathbb{R}^n$ heißt auslaufend, wenn zu jedem $x_0 \in \mathcal{V}$ genau eine Eingangsfunktion u existiert so dass $x_u(t, x_0) \in \mathcal{V}$ gilt für alle $t \geq 0$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. $\mathcal{V}$ ist auslaufend,
2. $\mathcal{V}$ ist steuerungsinvariant, $\mathcal{R}^*(\mathcal{V}) = \{0\}$ und B ist injektiv,
3. $\mathcal{V}$ ist steuerungsinvariant und $B^{-1}\mathcal{V} = \{0\}$.