Henrik Winkler
TU Ilmenau

Sommersemester 2018

Systemtheorie 2
Übungsblatt 5

Aufgabe 1

Seien $\mathcal{V}$ und $\mathcal{W}$ wie in Satz 1.21 gegeben. Sei $\mathcal{U}$ ein A-invarianter Teilraum. Zeigen Sie:

$$\mathcal{V} \subset \mathcal{U} \iff \mathcal{U} + \mathcal{W} = \mathbb{R}^n.$$

Aufgabe 2

Das SI-System $\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$ sei steuerbar.

- Finde alle steuerbaren Teilräume $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^n$.
- Zeige, dass jeder steuerungsinvariante Teilraum $\mathcal{V} \neq \mathbb{R}^n$ ein nachlaufender (coasting) Teilraum ist.

Tip: Begleitmatrix betrachten.

Aufgabe 3
Sei

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), \quad z(t) = Hx(t),$$

ein gestörtes System und $\mathbb{C}_g$ ein Stabilitätsbereich.

Zeigen Sie: Es existiert eine Matrix $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $\sigma(A + BF) \subset \mathbb{C}_g$ und $T_F = 0$ genau dann, wenn (A, B) stabilisierbar ist und ein stabilisierender Teilraum V existiert mit $\operatorname{ran} E \subset V \subset \ker H$.

Aufgabe 4

Störungsentkopplung mit Störgrößenaufschaltung (Feedforward-Kontrolle). Sei

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t), \quad z(t) = Hx(t),$$

ein gestörtes System. Bei Feedforward-Kontrolle werden Steuerungen der Form $u(t) = Fx(t) + Nd(t)$ betrachtet mit passenden Matrizen F und N. Zeige:

- Das geschlossene System ist störungsentkoppelt genau dann, wenn ein $(A + BF)$-invarianter Teilraum V existiert mit $\operatorname{ran}(BN + E) \subset V \subset \ker H$.

- Sei N gegeben. Zeige: Genau dann existiert ein F, so dass das geschlossene System störungsentkoppelt ist, wenn $\operatorname{ran}(BN + E) \subset V^*(\ker H)$ gilt.
- Genau dann existieren ein F und N, so dass das geschlossene System störungsentkoppelt ist, wenn $\operatorname{ran} E \subset V^*(\ker H) + \operatorname{ran} B$ gilt.