Achim Ilchmann und Jonas Witschel
TU Ilmenau

Wintersemester 2017/2018

Analysis 1
Übungsblatt 1

Abgabe und Besprechung am 16.10.17 um 17:00 Uhr im Curie-Hörsaal.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Es seien A und B Aussagen. Beweisen Sie die *De Morganschen Gesetze:*

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \quad \text{sowie}$$
$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien X, Y, I Mengen und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass für alle Mengenfamilien $\{A_i \subseteq X \mid i \in I\} \subseteq \mathfrak{P}(X)$ und $\{B_i \subseteq Y \mid i \in I\} \subseteq \mathfrak{P}(Y)$ gilt:

(i) $f^{-1}(\bigcup_{i\in I} B_i) = \bigcup_{i\in I} f^{-1}(B_i)$,

(ii) $f^{-1}(\bigcap_{i\in I} B_i) = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(B_i)$,

(iii) $f(\bigcup_{i\in I} A_i) = \bigcup_{i\in I} f(A_i)$,

(iv) $f(\bigcap_{i\in I} A_i) \subseteq \bigcap_{i\in I} f(A_i)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung zwischen den Mengen X und Y. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(i) f ist injektiv,

(ii) $\forall A \subseteq X : f^{-1}(f(A)) = A$,

(iii) $\forall A, B \subseteq X : f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Es sei R eine Relation auf der Menge X und S eine Relation auf der Menge Y. Die Relation $R \times S$ auf $X \times Y$ sei definiert durch

$$(x_1, y_1)(R \times S)(x_2, y_2) \;:\Longleftrightarrow\; (x_1 R x_2) \wedge (y_1 S y_2)$$

für alle $x_1, x_2 \in X$, $y_1, y_2 \in Y$.

Zeigen Sie: Wenn R und S Äquivalenzrelationen sind, so ist auch $R \times S$ eine Äquivalenzrelation.