

Analysis 1 Übungsblatt 9

Abgabe und Besprechung am 11.12.17 um 17:00 Uhr im Curie-Hörsaal.

Aufgabe 33 (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihre Grenzwerte:

(i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3^k},$

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^k}{2^{k-1}}.$

Aufgabe 34 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass für eine monoton fallende Folge $(x_k) \in [0, \infty)^{\mathbb{N}}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x_k \text{ konvergiert} \iff \sum_{k=0}^{\infty} 2^k x_{2^k} \text{ konvergiert.}$$

Aufgabe 35 (4 Punkte)

Es sei $\sum_{k=0}^{\infty} x_k$ eine bedingt konvergente Reihe in \mathbb{R} , d. h. $\sum_{k=0}^{\infty} x_k$ konvergiert, aber nicht absolut. Man zeige, dass die Reihen

$$\sum_{k=0}^{\infty} x_k^+ := \sum_{k=0}^{\infty} \max\{x_k, 0\} \quad \text{und} \quad \sum_{k=0}^{\infty} x_k^- := \sum_{k=0}^{\infty} \max\{-x_k, 0\}$$

divergieren.

Aufgabe 36 (4 Punkte)

Eine punktförmige Schnecke \mathbb{Q} bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 5 cm/h auf einem 1 m langen Gummiband fort. Am Ende der ersten und jeder weiteren Stunde wird das Band homogen um 1 m gestreckt.

Wird die Schnecke das rechte Ende des Bands in endlicher Zeit erreichen, wenn sie am linken Ende startet?