

Analysis 1 Übungsblatt 12

Abgabe und Besprechung am 15.01.18 um 17:00 Uhr im Curie-Hörsaal.

Aufgabe 45 (4 Punkte)

Sei $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge in \mathbb{C} . Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$ konvergiert!

Aufgabe 46 (4 Punkte)

Man zeige, dass für den Konvergenzradius ρ einer Potenzreihe $\sum a_k z^k$ mit $a_k \neq 0$ für $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\liminf_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right| \leq \rho \leq \limsup_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|.$$

Aufgabe 47 (4 Punkte)

Seien $X := [0, 1] \cup \{2\}$ und $Y := \mathbb{R}$, jeweils versehen mit der euklidischen Metrik. In welchen Punkten ist die Funktion

$$f : X \rightarrow Y \\ x \mapsto \begin{cases} x, & x \in [0, 1] \\ \frac{2}{3}, & x = 2 \end{cases}$$

stetig?

Aufgabe 48 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\varphi : (0, \infty) \rightarrow (0, 1) \\ x \mapsto \frac{x}{1+x}$$

bijektiv ist, und dass sowohl φ als auch φ^{-1} stetig sind.