Achim Ilchmann und Jonas Witschel
TU Ilmenau Sommersemester 2018

Analysis 2
Übungsblatt 10

Abgabe und Besprechung am 21.06.18 um **13:00** Uhr im Curie-Hörsaal.

Aufgabe 38 (4 Punkte)
Es seien $D \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet und $f \in C^\omega(D, \mathbb{C})$, und es gelte eine der Bedingungen

(i) $\operatorname{Re} f$ ist konstant,

(ii) $\operatorname{Im} f$ ist konstant,

(iii) $\overline{f} \in C^\omega(D, \mathbb{C})$,

(iv) $|f|$ ist konstant.

Zeigen Sie, dass f konstant ist.

Aufgabe 39 (4 Punkte)
Es sei $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{n+2}, & x \in [-\frac{1}{n}, -\frac{1}{n+1}) \cup (\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}],\ n \in \mathbb{N}^* \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) f ist eine Treppenfunktion.

(ii) f ist eine Regelfunktion.

Aufgabe 40 (4 Punkte)
Es seien f und g reellwertige Regelfunktionen auf einem kompakten Intervall I mit $g(I) \subseteq I$. Zeigen oder widerlegen Sie, dass $f \circ g$ eine Regelfunktion ist.

Aufgabe 41 (4 Punkte)
Wir betrachten die skalare *nichtlineare* Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) := r(K - x(t))x(t), \quad r, K > 0. \tag{1}$$

Ein Punkt $x^0 \in \mathbb{R}$ heißt *Ruhelage*, falls $f(x^0) = 0$ ist.

(i) Bestimmen Sie die Ruhelagen der Differentialgleichung (1).

(ii) Zeigen Sie: Ist $x : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ eine Lösung von (1) mit $\lim_{t\to\infty} x(t) = x^\infty$, so ist x^∞ eine Ruhelage der Differentialgleichung.

(iii) Zeigen Sie: Für jede Lösung $x : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ von (1) mit $x(0) > 0$ gilt $\lim_{t\to\infty} x(t) = K$.