Achim Ilchmann und Jonas Witschel
TU Ilmenau

Wintersemester 2018/2019

Analysis 3
Übungsblatt 14

Abgabe und Besprechung am 30.01.19 um 9:00 Uhr in C 113.

Aufgabe 52 (4 Punkte)
Es sei V ein endlich-dimensionaler normierter Vektorraum mit Basis $\{b_1, \ldots, b_n\}$ und D sei eine abzählbare dichte Teilmenge von $\mathbb{K}$. Man zeige, dass $\{\sum_{k=1}^{n} \alpha_k b_k \mid \alpha_k \in D\}$ abzählbar und dicht in V ist.

Aufgabe 53 (4 Punkte)
Es seien $x_0, \ldots, x_k \in \mathbb{K}^n \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass $\{x \in \mathbb{K}^n \mid \prod_{j=0}^{k} \langle x, x_j \rangle \neq 0\}$ offen und dicht in $\mathbb{K}^n$ ist.

Aufgabe 54 (4 Punkte)
Es sei M ein metrischer Raum. Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) Endliche Durchschnitte dichter Teilmengen von M sind dicht in M.

(ii) Endliche Durchschnitte offener dichter Teilmengen von M sind offen und dicht in M.

Aufgabe 55 (4 Punkte)
Es seien $M \subset \mathbb{R}^n$ kompakt und $A := \mathbb{K}[X_1, \ldots, X_n]|_M$. Beweisen Sie, dass A die Punkte von M trennt und stabil unter Konjugation ist.