Sommersemester 2015

Technische Universität Ilmenau
Institut für Mathematik
PD Dr. Erhard Hexel
Mathematik mit Maple für IN

Lösungen der Aufgaben aus Übungsserie 1

Aufgabe 1:

a)

> 2^{123}

$$10633823966279326983230456482242756608 \quad \textbf{(1.1)}$$

> $\mathrm{Pi} - \frac{22}{7}$; *evalf*(%)

$$\pi - \frac{22}{7}$$
$$-0.001264489 \quad \textbf{(1.2)}$$

> exp(Pi); *evalf*(%)

$$e^{\pi}$$
$$23.14069264 \quad \textbf{(1.3)}$$

> $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)^2$; *evalf*(%)

$$\tan\left(\frac{1}{12}\pi\right)^2$$
$$0.07179676971 \quad \textbf{(1.4)}$$

b)

> $seq\left(print\left(k, evalf[20]\left(\frac{\sin(10^{-k})}{10^{-k}}\right)\right), k = 1..10\right)$

1, 0.99833416646828152307
2, 0.99998333341666646825
3, 0.99999983333334166667
4, 0.99999999833333333417
5, 0.99999999998333333333
6, 0.99999999999983333333
7, 0.99999999999999833333
8, 0.99999999999999998333
9, 0.99999999999999999983
10, 1.0000000000000000000 **(1.5)**

c)

durch Berechnung der Differenz:

> $99^{100} - 100^{99}$

(1.6)

$3560323412732295049306160265725173861897120766389236914059573726993170447507247481871965435100269504006615691006528432747182356968017994158571053544917075742738903500609827083711497821991676084949000 1$ **(1.6)**

durch eine bedingte Anweisung:

> **if** $99^{100} > 100^{99}$ **then** "99^100" **else** "100^99" **end if**

"99^100" **(1.7)**

durch Anwendung logischer Befehle:

> $is(99^{100} > 100^{99})$

true **(1.8)**

> $evalb(99^{100} < 100^{99})$

false **(1.9)**

Aufgabe 2:

a)

> $gl := x^3 - 2\cdot x^2 + 4\cdot x - 8 = 0$

$$gl := x^3 - 2\,x^2 + 4\,x - 8 = 0 \quad \textbf{(2.1)}$$

> $solve(gl, x)$

$$2,\ 2\,\mathrm{I},\ -2\,\mathrm{I} \quad \textbf{(2.2)}$$

b)

> $solve(\sin(x) + \cos(x) = 1, x)$

$$\frac{1}{2}\,\pi,\ 0 \quad \textbf{(2.3)}$$

Der **solve**-Befehl liefert hier nur zwei Lösungen. Die Anwendung der Befehle **RootOf** und **allvalues** liefert alle Lösungen:

> $RootOf(\sin(x) + \cos(x) = 1, x);\ allvalues(\%)$

$$RootOf(\sin(\_Z) + \cos(\_Z) - 1)$$

$$\frac{1}{2}\,\pi + 2\,\pi\,\_Z1\sim,\ 2\,\pi\,\_Z2\sim \quad \textbf{(2.4)}$$

Aufgabe 3:

a)

> $l := solve(x^8 - x - 1, x)$

$$l := RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 1),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 2),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 3),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 4),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 5),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 6),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 7),\ RootOf(\_Z^8 - \_Z - 1, index = 8) \quad \textbf{(3.1)}$$

Bestimmung aller Lösungen der Gleichung:

> **for** i **from** 1 **to** 8 **do** $print(evalf(l[i]))$ **end do**

$$1.096981558$$

$$0.7232365648 + 0.8071116841\,\mathrm{I}$$

$$-0.1116209936 + 1.033440139\,\mathrm{I}$$

$$-0.7542801901 + 0.5622412317\,I$$
$$-0.8116523200$$
$$-0.7542801901 - 0.5622412317\,I$$
$$-0.1116209936 - 1.033440139\,I$$
$$0.7232365648 - 0.8071116841\,I \qquad (3.2)$$

Auswahl der reellwertigen Lösungen :

```
> for i from 1 to 8 do if Im(l[i]) = 0 then print(evalf(l[i])) end if end do
```

$$1.096981558$$
$$-0.8116523200 \qquad (3.3)$$

b)

```
> f := x→x^4 − sqrt(1 − x)
```

$$f := x \to x^4 - \sqrt{1 - x} \qquad (3.4)$$

```
> L := solve(x^4 − sqrt(1 − x), x) :
> for i from 1 to 4 do if Im(L[i]) = 0 then print(evalf(L[i])) end if end do
```

$$0.8116523200$$
$$-1.096981559 \qquad (3.5)$$

Aufgabe 4:

```
> restart
> f := x→sin(2·x) + 2·cos(2·x)
```

$$f := x \to \sin(2\,x) + 2\,\cos(2\,x) \qquad (4.1)$$

```
> 'f(x)'=f(x)
```

$$f(x) = \sin(2\,x) + 2\,\cos(2\,x) \qquad (4.2)$$

a)

```
> f(Pi/4)
```

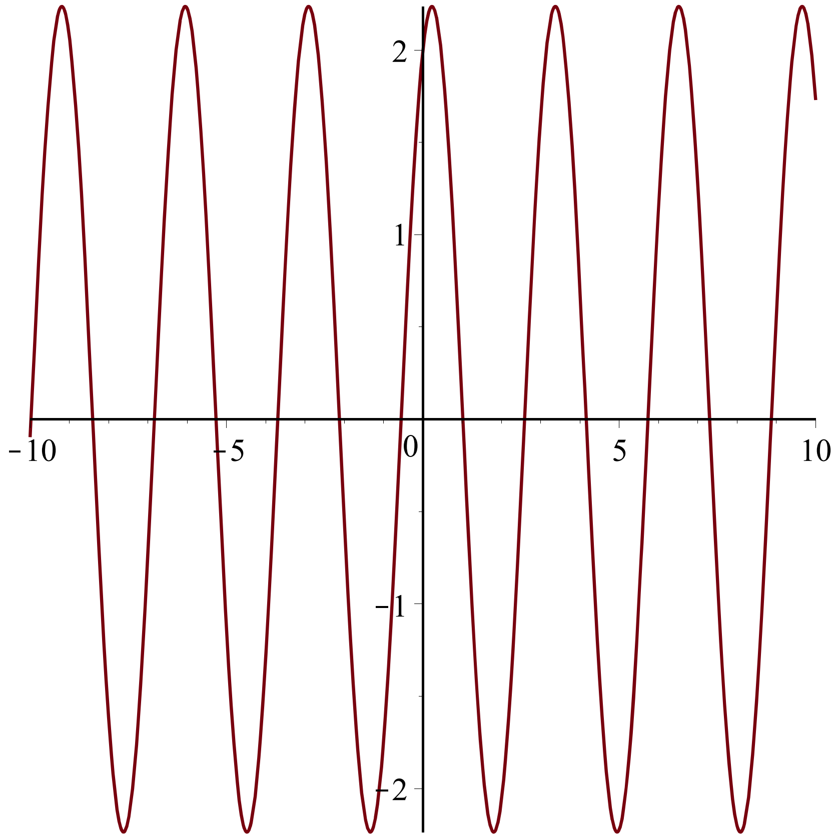
$$1 \qquad (4.3)$$

```
> f(1); evalf(%)
```

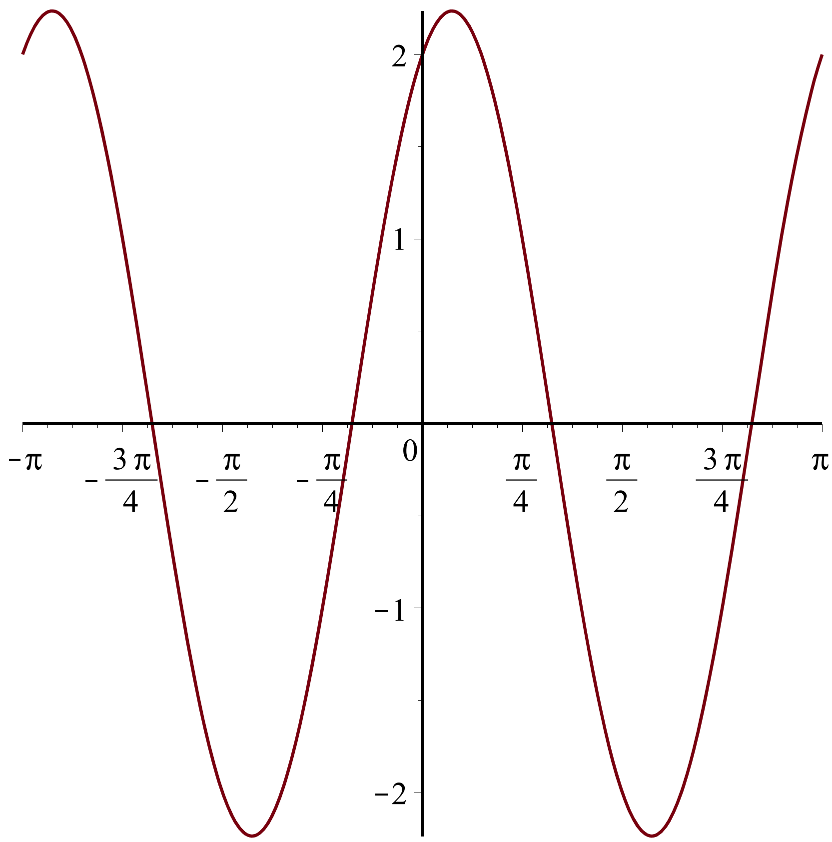
$$\sin(2) + 2\,\cos(2)$$
$$0.0770037538 \qquad (4.4)$$

b)

```
> plot( f )
```



> $plot(f, -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi})$



Aus dem Verlauf der Kurve kann man annehmen, dass π die kleinste Periode der Funktion f(x) ist.
Der folgende Befehl bestätigt die Richtigkeit der Annahme:

> $solve(f(x) = f(x + \mathrm{Pi}), x)$

$$x \quad (4.5)$$

c)

> $w1 := fsolve\left(f(x), x = -\mathrm{Pi} .. -\frac{\mathrm{Pi}}{2}\right)$

$$w1 := -2.124370686 \quad (4.6)$$

> $w2 := fsolve\left(f(x), x = -\frac{\mathrm{Pi}}{2} .. 0\right)$

$$w2 := -0.5535743589 \quad (4.7)$$

> $w3 := fsolve\left(f(x), x = 0 .. \frac{\mathrm{Pi}}{2}\right)$

$$w3 := 1.017221968 \quad (4.8)$$

> $w4 := fsolve\left(f(x), x = \frac{\mathrm{Pi}}{2} .. \mathrm{Pi}\right)$

$$w4 := 2.588018295 \quad (4.9)$$

Aufgabe 5:

> $restart$

> $gl := x^4 + y^4 = x^2 + y^2$

$$gl := x^4 + y^4 = x^2 + y^2 \tag{5.1}$$

a)

> $yl := solve(gl, y)$

$$yl := \frac{1}{2}\sqrt{2+2\sqrt{-4x^4+4x^2+1}}, -\frac{1}{2}\sqrt{2+2\sqrt{-4x^4+4x^2+1}}, \frac{1}{2}\sqrt{2-2\sqrt{-4x^4+4x^2+1}}, -\frac{1}{2}\sqrt{2-2\sqrt{-4x^4+4x^2+1}} \tag{5.2}$$

> $Probe := subs(y = yl[1], gl)$

$$Probe := x^4 + \frac{1}{16}\left(2+2\sqrt{-4x^4+4x^2+1}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-4x^4+4x^2+1} \tag{5.3}$$

> $is(lhs(Probe) = rhs(Probe))$

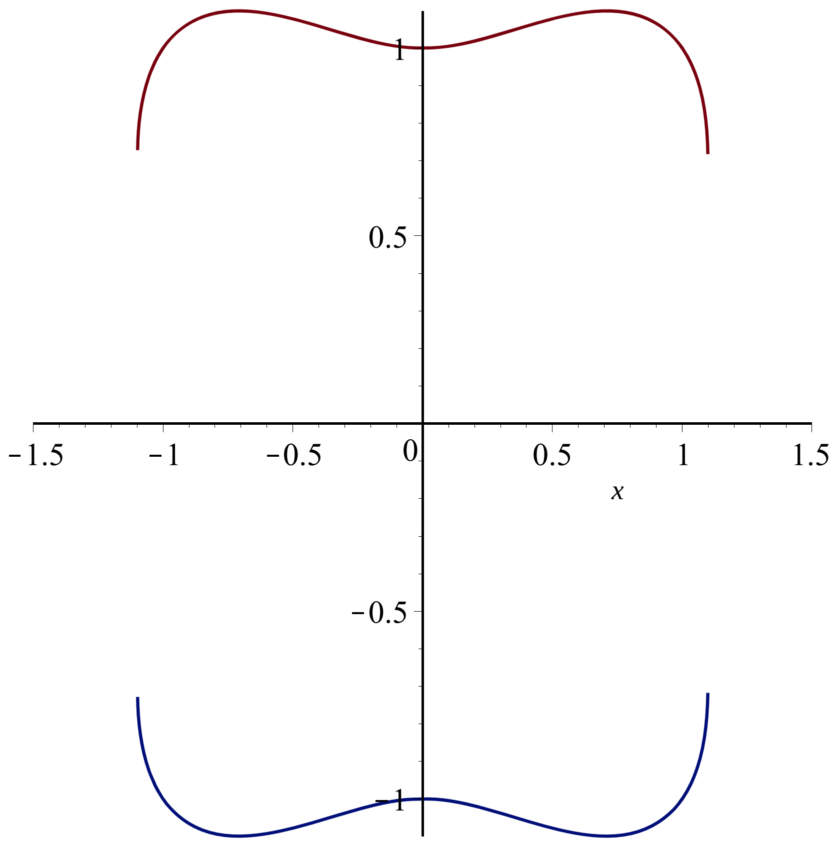
$$true \tag{5.4}$$

Die Probe für die anderen Lösungen ist analog.

b)

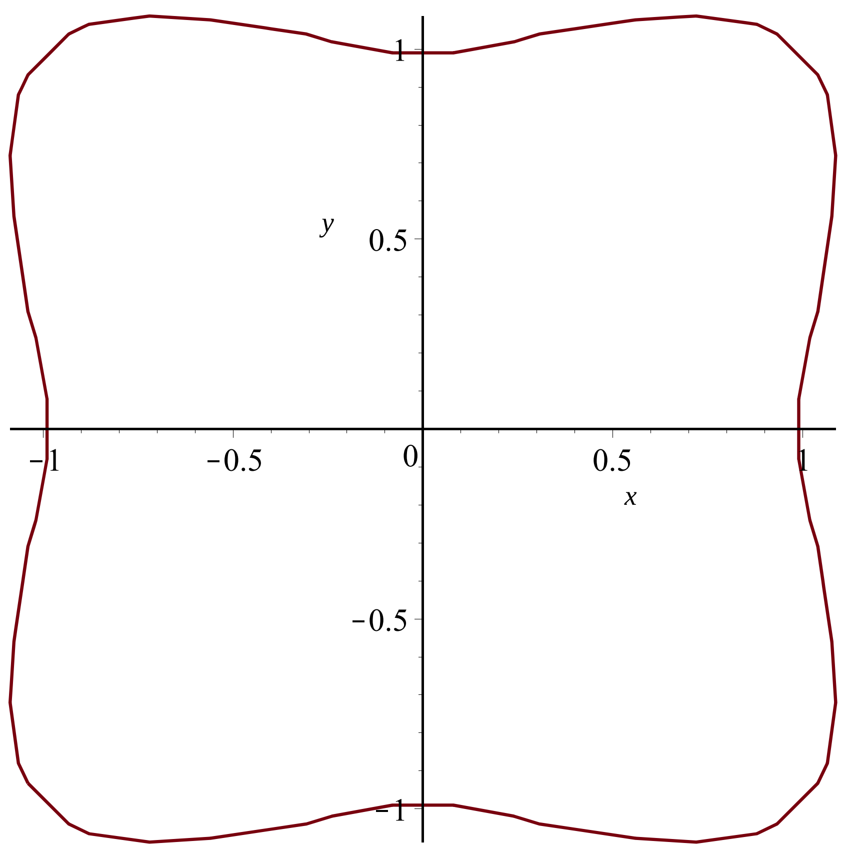
> $with(plots):$

> $plot([yl[1], yl[2]], x = -1.5..1.5)$



c)

> $implicitplot(gl, x=-2..2, y=-2..2)$



y
0.5
−0.5
1
−1
−1
−0.5
0
0.5
1
x