Sommersemester 2014

Technische Universität Ilmenau
Institut für Mathematik
PD Dr. Erhard Hexel
Mathematik mit Maple für IN

Lösungen der Aufgaben aus Übungsserie 2

Aufgabe 1:

> *restart*

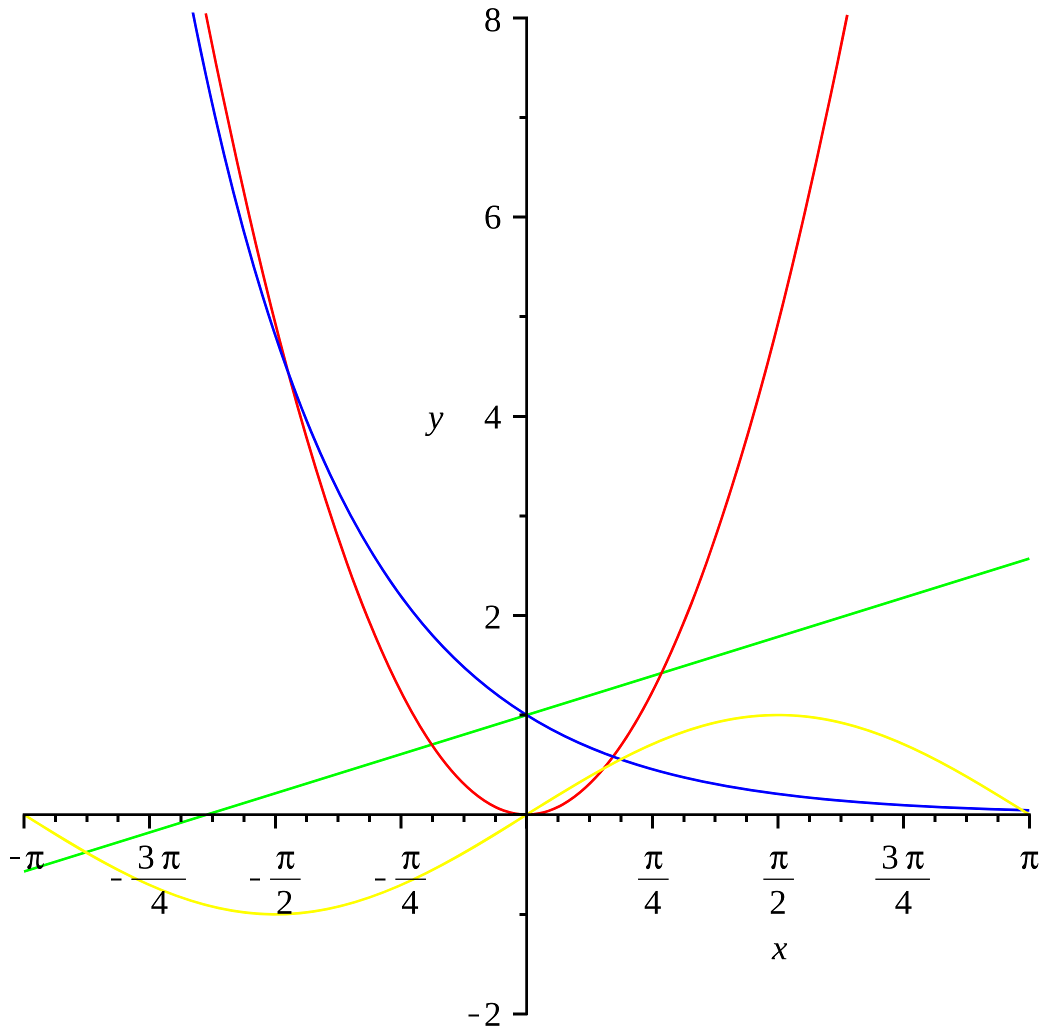
> $L := \left[\frac{x}{2} + 1, 2 \cdot x^2, \exp(-x), \sin(x)\right]$

$$L := \left[\frac{1}{2}\,x + 1, 2\,x^2, e^{-x}, \sin(x)\right] \qquad \textbf{(1.1)}$$

> $F := [green, red, blue, yellow]$

$$F := [green, red, blue, yellow] \qquad \textbf{(1.2)}$$

> $plot(L, x = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, y = -2..8, color = F)$



Aufgabe 2:

> restart :

> $Limit\left(\frac{1}{\mathrm{sqrt}(n+1)-\mathrm{sqrt}(n)}, n = infinity\right) = limit\left(\frac{1}{\mathrm{sqrt}(n+1)-\mathrm{sqrt}(n)}, n = infinity\right)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}} = \infty \tag{2.1}$$

> $Limit\left(n\cdot\left(\mathrm{sqrt}(5)-\mathrm{sqrt}\left(5-\frac{2}{n}\right)\right), n = infinity\right) = limit\left(n\cdot\left(\mathrm{sqrt}(5)-\mathrm{sqrt}\left(5-\frac{2}{n}\right)\right), n = infinity\right)$

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{5}-\sqrt{5-\frac{2}{n}}\right) = \frac{1}{5}\sqrt{5} \tag{2.2}$$

> $Limit\left(\left(\frac{3\cdot n-4}{3\cdot n}\right)^{n+1}, n = infinity\right) = limit\left(\left(\frac{3\cdot n-4}{3\cdot n}\right)^{n+1}, n = infinity\right)$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3}\,\frac{3\,n-4}{n}\right)^{n+1} = \mathrm{e}^{-\frac{4}{3}} \tag{2.3}$$

Aufgabe 3:

> restart

a)

> $fib :=$ **proc**(n) **if** $n = 0$ **then return**(0) **end if**; **if** $n = 1$ **then return**(1) **end if**; **if** $n > 1$ **then return**$(fib(n-1)+fib(n-2))$ **end if end proc**

$fib :=$ **proc**(n) (3.1)

if $n = 0$ **then return** 0 **end if**;

if $n = 1$ **then return** 1 **end if**;

if $1 < n$ **then return** $fib(n-1)+fib(n-2)$ **end if**

end proc

b)

> $seq(fib(n), n = 0..19)$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181 (3.2)

c)

> $rsolve(\{a(n) = a(n-1)+a(n-2), a(0) = 0, a(1) = 1\}, \{a\})$

$$\left\{a(n) = \frac{1}{5}\sqrt{5}\left(\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\right)^{n} - \frac{1}{5}\sqrt{5}\left(-\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{1}{2}\right)^{n}\right\} \tag{3.3}$$

Aufgabe 4:

a)

> restart

> $wurzel := \mathbf{proc}(a, x0, N)$ **local** $k, y, z;$ $y := x0;$ **for** k **from** 1 **to** N **do** $z := \frac{\left(y + \frac{a}{y}\right)}{2}; y := evalf(z)$ **end do**; **return**(y); **end proc**

$wurzel := \mathbf{proc}(a, x0, N)$ **(4.1)**

local $k, y, z;$

$y := x0;$ **for** k **to** N **do** $z := 1/2*y + 1/2*a/y;$ $y := evalf(z)$ **end do**; **return** y

end proc

oder als rekursive Prozedur

> $Wurzel := \mathbf{proc}(a, x0, N)$ **if** $N = 0$ **then return**$(x0)$ **end if**; **if** $N > 0$ **then return** $\left(evalf\left(\frac{Wurzel(a, x0, N-1) + \frac{a}{Wurzel(a, x0, N-1)}}{2} \right) \right)$ **end if end proc**

$Wurzel := \mathbf{proc}(a, x0, N)$ **(4.2)**

if $N = 0$ **then return** $x0$ **end if**;

if $0 < N$ **then**

return $evalf(1/2*Wurzel(a, x0, N-1) + 1/2*a/Wurzel(a, x0, N-1))$

end if

end proc

b)

> $Digits := 20$

$Digits := 20$ **(4.3)**

> $wurzel(10, 2, 10)$

3.1622776601683793320 **(4.4)**

> $evalf(\mathrm{sqrt}(10) - wurzel(10, 2, 10))$

0. **(4.5)**

> $Wurzel(10, 2, 10)$

3.1622776601683793320 **(4.6)**

> $evalf(\mathrm{sqrt}(10) - Wurzel(10, 2, 10))$

0. **(4.7)**

Aufgabe 5:

a)

> *restart*

> $Sum\left(\frac{3^k + 5}{6^k}, k = 0..infinity\right) = sum\left(\frac{3^k + 5}{6^k}, k = 0..infinity\right)$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k + 5}{6^k} = 8$$ **(5.1)**

b)

> $Sum\left(\frac{(-1)^k}{2^{k+1}}, k = 0..infinity\right) = sum\left(\frac{(-1)^k}{2^{k+1}}, k = 0..infinity\right)$

(5.2)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2^{k+1}} = \frac{1}{3} \qquad (5.2)$$

c)

> $Sum\left(\frac{2\cdot\ln(k)}{3\cdot k-1}, k=1..infinity\right) = sum\left(\frac{2\cdot\ln(k)}{3\cdot k-1}, k=1..infinity\right)$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\ln(k)}{3k-1} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\ln(k)}{3k-1} \qquad (5.3)$$

Den Wert dieser Reihe kann Maple offenbar nicht bestimmen.

Aufgabe 6:

> $restart$

> $QK := \mathbf{proc}(a)$ **local** q, gw; $q := simplify\left(\frac{a(k+1)}{a(k)}\right)$; $gw := limit(\text{abs}(q), k=infinity)$;
> **if** $gw < 1$ **then** $print$('Reihe konvergent') **end if**; **if** $gw > 1$ **then** $print$('Reihe divergent')
> **end if**; **if** $gw = 1$ **then** $print$('keine Aussage möglich') **end if end proc**

$QK := \mathbf{proc}(a)$ (6.1)

local q, gw;

$q := simplify(a(k+1)/a(k))$;

$gw := limit(\text{abs}(q), k=\infty)$;

if $gw < 1$ **then** $print$('Reihe * konvergent') **end if**;

if $1 < gw$ **then** $print$('Reihe * divergent') **end if**;

if $gw = 1$ **then** $print$('keine * Aussage * möglich') **end if**

end proc

> $WK := \mathbf{proc}(a)$ **local** w, gw; $w := simplify\left(\text{abs}(a(k))^{\frac{1}{k}}\right)$; $gw := limit(w, k=infinity)$; **if** gw
> < 1 **then** $print$('Reihe konvergent') **end if**; **if** $gw > 1$ **then** $print$('Reihe divergent') **end**
> **if**; **if** $gw = 1$ **then** $print$('keine Aussage möglich') **end if end proc**

$WK := \mathbf{proc}(a)$ (6.2)

local w, gw;

$w := simplify(\text{abs}(a(k))\hat{}(1/k))$;

$gw := limit(w, k=\infty)$;

if $gw < 1$ **then** $print$('Reihe * konvergent') **end if**;

if $1 < gw$ **then** $print$('Reihe * divergent') **end if**;

if $gw = 1$ **then** $print$('keine * Aussage * möglich') **end if**

end proc

a)

> $b := k \rightarrow \left(\frac{k}{k+1}\right)^k$

$$b := k \rightarrow \left(\frac{k}{k+1}\right)^k \qquad (6.3)$$

> $QK(b)$

(6.4)

keine Aussage möglich **(6.4)**

> $WK(b)$

keine Aussage möglich **(6.5)**

b)

> $c := k \rightarrow \frac{(k!)^2}{(3 \cdot k)!}$

$$c := k \rightarrow \frac{k!^2}{(3\,k)!} \quad \textbf{(6.6)}$$

> $QK(c)$

Reihe konvergent **(6.7)**

> $WK(c)$

Reihe konvergent **(6.8)**