Prof. Dr. Matthias Kriesell
Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
**ILMENAU**

## 11. Studienbrief zur Informations- und Codierungstheorie

Der binäre $2r+1$-Wiederholungscode ist ein perfekt $r$-fehlerkorrigierender Code für jedes $r \geq 1$. Er enthält somit unter den binären $r$-fehlerkorrigierenden $2r+1$-Codes die größtmögliche Anzahl an Codeworten (nämlich $2$) — hat aber eine furchtbar kleine Informationsrate. Dem Theoretiker stellt sich jetzt die Frage, ob es zu festem $r$ binäre perfekt $r$-fehlerkorrigierende Codes mit einer wesentlich besseren Informationsrate gibt.[1]

Hier stellt sich ein äußerst überraschender Sachverhalt ein für den Fall $r = 3$ ein: Aus der rein zahlentheoretischen Analyse der Hamming-Schranke ergibt sich, daß ein perfekt $3$-fehlerkorrigierender $n$-Code nur für $n = 7$ und $n = 23$ existieren kann. Für $n = 7$ ist das der 7-Wiederholungscode. Für $n = 23$ kann man den sogenannten *binären Golay-Code* konstruieren, und das macht einen Großteil des Lesestoffs dieser Woche aus.

Der Ausnahmecharakter dieses Codes (und auch des „ternären Golay-Codes) bringt es mit sich, daß es nur wenig Raum für potentielle Verallgemeinerungen und Übungsstoff gibt. Überdies sind die Konstruktionen ausgefeilt und ein wenig gedrängter dargestellt als gewohnt, so daß ich guten Gewissens auf Übungsmaterial hierzu verzichten kann. Vielleicht fühlt sich der eine oder andere von Ihnen ja inspiriert, den Zusammenhang zwischen Differenzenmengen, Designs und Codes genauer auszuleuchten.

*

**Lesepensum** bis zum 3. Juli 2020:

Kapitel 2 Teil 5.

Fragen und Anregungen gerne per email an mich — IC am Anfang der Betreffzeile nicht vergessen!

Ilmenau, den 1. Juli 2020 · Matthias Kriesell

[1]Der Praktiker ist leichter zufriedenzustellen: Er kann auf die Perfektheit verzichten; und er kann den vorangegangenen Abschnitten des Kapitels 2 zahlreiche $r$-fehlerkorrigierende Codes mit guter Informationsrate entnehmen.