Prof. Dr. Matthias Kriesell
Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
ILMENAU

9. Studienbrief zur Informations- und Codierungstheorie

Auch in der zweiten Hälfte des zweiten Teils hat sich ein Fehler eingeschlichen, wie mir aus Ihren Reihen mitgeteilt wurde (CK). In der zweiten Beweishälfte zum Satz 5 muß es richtig heißen:

Es bleibt noch $CC^\top = qE_{q+1}$ zu zeigen; dazu sei h die erste Zeile von C und h_x die Zeile von C mit der x-ten Zeile von Q. Offenbar gilt $hh = q$ und $h_x h_x = 1 + q - 1 = q$. Mit $\sum_{y \in K^*} \chi(y) = 0$ ist auch $\sum_{y \in K} \chi(y) = 0$ und $\sum_{y \in K} \chi(x-y) = 0$, also $hh_x = h_x h = 0$. Für $x \neq y$ aus K kommt

---

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit! Es wird eine weitere Revision im Verlauf des Tages eingestellt werden.

Gefragt wurde auch nach einer Begründung für die drittletzte Gleichung auf Seite 5. Zunächst gilt: Durchläuft z ganz K^*, so tun das auch z^{-1} und damit auch $z^{-1}(y-x)$ (da ja $y - x \neq 0$ ist): Die Abbildung $z \mapsto z^{-1}(y-x)$ ist dann nämlich eine Bijektion von K^* nach K^* (eine Permutation von K^*). Daher ist

$$\sum_{z \in K^*} \chi(z^{-1}(y-x)+1) = \sum_{z \in K^*} \chi(z+1).$$

Durchläuft nun rechts z ganz K^*, also ganz $K \setminus \{0\}$ so durchläuft $z+1$, das Argument von χ, ganz $K \setminus \{1\}$. Summiert wird also χ über ganz $K \setminus \{1\}$, also gilt

$$\sum_{z \in K^*} \chi(z+1) = \sum_{z \in K \setminus \{1\}} \chi(z).$$

*

Lesepensum bis zum 19. Juni 2020:

Kapitel 2 Teil 3. Das ist reichlich, nächste Woche wird es weniger sein.

*

Übungspensum bis zum 26. Juni 2020:

Zur Konstruktion eines Codes aus den Aufgaben 5,6,7 genügt die Angabe einer Prüfsummen- oder Generatormatrix. Alle Aufgaben können mit dem Stoff der Vorlesung bis zum 19. Juni 2020 gelöst werden.

1. Nach Aufgabe 4 aus dem 7. Studienbrief ist der mit der vierten Sylvester-Matrix S_4 assozierte Code C ein 5-dimensionaler Untervektorraum von ${\mathbb{Z}_2}^{16}$, also ein $[16, 5]$-Code. Man bestimme eine Generatormatrix für diesen Code.

   Zusatzaufgabe: Man versuche zu allgemeinern — das geht natürlich nur mit einer bedachtsamen Auswahl von Zeilen.

2. Man zeige, daß die durch das Äquivalentsein zweier Codes aus A^n gegebene Relation eine Äquivalenzrelation ist. Man zeige weiterhin, daß äquivalente Codes den gleichen Minimalabstand haben und daß äquivalente lineare Codes als Vektorräume isomorph sind. Ferner konstruiere man aus Generator- und Prüfsummenmatrix eines Codes C die entsprechenden Objekte für einen zu C äquivalenten Code.

3. Sei H eine $n \times (n-k)$-Prüfsummenmatrix für den q-adischen $[n, k]$-Code C, und habe H die Form $\binom{E_{n-k}}{P}$ für eine $k \times (n-k)$-Matrix P. Läßt sich aus H eine Generatormatrix für C ablesen?

4. Man zeige, daß die Menge aller Wörter der Länge n mit geradzahlig vielen Einsen über dem Körper $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ ein 2-adischer $[n, k]$-Code ist und bestimme k.

5. Man konstruiere einen 2-adischen $[15, 11]$-Hamming-Code.

6. Man konstruiere einen 2-adischen $[16, 11]$-Code mit Minimalabstand 4.

7. Man konstruiere einen 3-adischen $[13, 10]$-Hamming-Code.

Fragen und Anregungen gerne per email an mich — IC am Anfang der Betreffzeile nicht vergessen!

Ilmenau, den 15. Juni 2020 · Matthias Kriesell