Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung

# Data Mining

im Studiengang Informatik

modifizierte Version (einige Aufgaben entfernt und eigene Aufgaben hinzugefügt) der Aufgaben aus
Tan/Steinbach/Kumar: *Introduction to Data Mining.* Pearson Education, 2006.

Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Fachgebiet Künstliche Intelligenz
apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Rainer Knauf
*Stand 05. Januar 2015*

## 0 Einführung

1. Für folgende Aufgaben entscheide man, ob es sich um eine Data Mining Aufgabe handelt:

   (a) Partitionierung von Kunden eines Unternehmens bzgl. Geschlecht

   (b) Partitionierung von Kunden eines Unternehmens bzgl. Profitabilität

   (c) Ermittlung des Umsatzes eines Unternehmens

   (d) Sortierung einer Studentendatenbank nach Matrikel-Nummer

   (e) Voraussage eines Würfelergebnisses

   (f) Vorhersage von Aktienkursen durch Analyse des Kursverlaufs der Vergangenheit

   (g) Ableitung des Dauer - EKG zwecks Erkennung von Anomalien

   (h) Aufzeichnung seismischer Wellen zur Erkennung der Erdbebenaktivität

   (i) Ermittlung der Frequenz eines Tones.

2. Sie beraten ein Suchmaschinen-Betreiber. Erklären Sie, in ihm welcher Weise Data Mining Verfahren hilfreich sein können! Benennen Sie konkrete Beispiele dafür, wie die Techniken Clustering, Klassifikation, Assoziationsregel-Generierung und Anomalie-Erkennung angewandt werden können!

3. Welche der u.g. Daten bergen die Gefahr des Missbrauchs persönlicher Daten:

   (a) Daten aus Volkszählungen der Jahre 1900 bis 1950

   (b) IP-Adressen und Besuchszeiten von Web-Nutzern auf Ihrer Webseite

   (c) Bilder erdumkreisender Satelliten

   (d) Namen und Adressen von Telefonbuch-Einträgen

   (e) im Web gesammelte Namen und e-Mail Adressen

# 1 Daten

1. Jedes der folgenden Datenobjekte beschreibt medizinische Informationen über einen Patienten in je einem 5-Tupel von Werten:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 012 | 232 | 33.5 | 0 | 10.7 |
| 020 | 121 | 16.9 | 2 | 210.1 |
| 027 | 156 | 24.0 | 0 | 427.6 |
| ... | ... | ... | ... | ... |

   Ein Statistiker wirft einen Blick auf diese Daten und meint "*Feld 2 und 3 sind im Wesentlichen dasselbe.*" Wie kommt er darauf?

2. Man klassifiziere die Attribute in Tabelle 1 als binär, diskret oder kontinuierlich sowie als qualitativ (nominales oder ordinales Attribut) oder quantitativ (Intervall-Attribut oder rationales Attribut).

3. Der Marketing Direktor beschreibt Ihnen eine Idee, die Kundenzufriedenheit zu ermitteln, wie folgt:

   > "Es ist so einfach, dass ich gar nicht glauben mag, dass noch niemand vorher darauf gekommen ist. Ich registriere einfach die Anzahl von Kundenbeschwerden für jedes einzelne Produkt. In einem Data Mining Buch las ich, dass die Anzahl ein rationales Attribut ist. Aber als ich die Produkte mit meinem Kundenzufriedenheits-Maß bewertete und das Ergebnis meinem Chef präsentierte, sagte er, ich hätte etwas Offensichtliches übersehen und meine Bewertung ist nicht zu gebrauchen. Ich glaube, er war nur verwirrt, weil unser Bestseller-Produkt nach dieser Bewertung die schlechteste Kundenzufriedenheit aufweist.
   >
   > Können Sie mir helfen, ihn vom Nutzen meiner Methode zu überzeugen?"

   (a) Wer hat Recht, der Marketing-Direktor oder der Chef?
   Wenn Sie meinen, der Chef habe Recht, schlagen Sie ein besseres Maß zur Ermittlung der Kundenzufriedenheit vor!

   (b) Hat der Marketing-Direktor den Attribut-Typ seines Zufriedenheitsmaßes richtig klassifiziert?

4. Einige Monate später erscheint o.g. Marketing Direktor erneut bei Ihnen und schlägt ein besseres Maß der Kundenzufriedenheit über ein Produkt oder eine Produktgruppe vor:

   > "Wenn wir neue Produkte entwickeln, schaffen wir typischerweise zunächst mehrere Varianten und evaluieren, welche am besten von den Kunden angenommen wird. Wir geben den Test-Kunden alle Produktvarianten und bitten Sie, diese entsprechend ihrer Präferenz zu ordnen. Allerdings sind unsere Test-Kunden sehr unentschlossen, insbesondere wenn es sich um mehr als zwei Varianten handelt. Deshalb testen wir mitunter ewig.

[1] Eine ISBN besteht aus 13 Ziffern: Dem 3-stelligen Präfix, das die Buchbranche identifiziert (gegenwärtig 978), gefolgt von der 9-stelligen Kernnummer und der ermittelten Prüfziffer, die die Integrität der gesamten 13-stelligen ISBN bestätigt.

| Attribut | diskret | | kontinuierlich | qualitativ | | quantitativ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | binär | | | nominal | ordinal | Intervall | rational |
| Zeitangabe “Vormittag” und “Nachmittag” | | | | | | | |
| Helligkeit, gemessen durch Belichtungsmesser (Lichtstrom $\phi$ pro Flächeneinheit in lux) | | | | | | | |
| “gefühlte” Helligkeit, durch Menschen wahrgenommen | | | | | | | |
| Winkel, gemessen in Grad (zwischen 0 und 360) | | | | | | | |
| Bronze-, Silber und Goldmedaille als sportliches Ergebnis | | | | | | | |
| Höhe über dem Meeresgrund (NN) | | | | | | | |
| Anzahl der Patienten eines Krankenhauses | | | | | | | |
| ISBN Nummer eines Buches[1] | | | | | | | |
| Lichtdurchlässigkeit mit den Werten “undurchlässig”, “halbdurchlässig” und “transparent” | | | | | | | |
| militärische Dienstgrade | | | | | | | |
| Weglänge vom Ortszentrum zum Uni-Campus | | | | | | | |
| Dichte eines Stoffes in $g/cm^3$ | | | | | | | |
| Nummer einer Garderoben-Marke | | | | | | | |
| Kraftfahrzeug-Kennzeichen in Deutschland | | | | | | | |

Table 1: Klassifizierung von Attributen

Ich schlug vor, diese Vergleiche immer nur paarweise durchzuführen und die Ergebnisse für das Ranking zu nutzen. Wenn man z.B. 3 Varianten hat, bittet man die Test-Kunden 1 mit 2, 2 mit 3 und 3 mit 1 zu vergleichen.

Auf diese Weise konnten wir die Testzeit auf ein Drittel senken. Allerdings klagen unsere Mitarbeiter darüber, dass man aus diesen Ergebnissen kein konsistentes Ranking ableiten kann."

(a) Ist dieses Verfahren geeignet, um aus den resultierenden Daten ein Ranking abzuleiten? Begründen Sie Ihre Ansicht!

(b) Kann man diesen Ansatz so verfeinern, dass er zum Ranking geeignet ist? Mit anderen Worten: Kann man aus dem Ergebnis des paarweise Vergleichens ein ordinales Maß ableiten?

(c) In der originalen Version des Rankings wurde für jede Variante ein durchschnittliches Ranking (ein durchschnittlicher Platz "auf der Hitliste" der Test-Kunden) als arithmetischer Mittelwert ermittelt. Halten Sie das für sinnvoll? Können Sie eine bessere Methode vorschlagen?

5. Können Sie sich eine Situation vorstellen, bei der eine Identifikations-Nummer für eine Vorhersage nützlich sein kann?

6. Ein Bildungspsychologe möchte Testresultate mit einer Assoziations-Analyse überprüfen. Der Test besteht aus 100 Fragen mit je 4 möglichen Antworten.

   (a) Wie würden Sie die Testdaten konvertieren, damit sie für eine solche Analyse geeignet sind?

   (b) Welchen Attributstyp würden Sie dabei bekommen und wie viele Attribute würden dabei entstehen?

7. Welche dieser beiden Messwert-Reihen hat wahrscheinlich eine höhere temporale Autokorrelation

   (a) der tägliche Temperaturverlauf über viele Tage oder

   (b) die täglich aufgezeichnete Regenmenge über viele Tage?

   Begründen Sie Ihre Antwort!

8. Man diskutiere, warum die Attribute einer Dokument-Term-Matrix asymmetrisch diskret oder asymmetrisch kontinuierlich sind!

9. Für eine Herde asiatischer Elefanten werden folgende Attribute gemessen: Gewicht, Höhe, Stoßzahn-Länge, Rüssel-Länge, Ohr-Fläche. Welches Ähnlichkeitsmaß schlagen Sie vor, um Elefanten zu vergleichen oder zu clustern?

10. Diese Aufgabe dient dem Vergleich verschiedener Ähnlichkeitsmaße.

    (a) Berechnen Sie

        i. die Hamming Distance ($L_1$ Norm)

        ii. den Jaccard-Koeffizienten

    für die beiden binären Vektoren $x = [0101010001]$ und $y = [0100011000]$.

(b) Welches der beiden o.g. Ähnlichkeitsmaße (Hamming oder Jaccard) kommt dem Simple Matching Coefficient näher und welches dem Kosinus Koeffizienten[1]?

(c) Die genetische Struktur einer Spezies sei repräsentiert als binärer Vektor, in welchem ein Attribut den Wert 1 hat, falls das Tier ein bestimmtes Gen besitzt und 0, falls dem nicht so ist.

Stellen Sie sich vor, Sie wollen ermitteln, wie ähnlich zwei Organismen verschiedener Spezies sind, indem Sie ermitteln, wie viele gleiche Gene beide haben. Welchen der beiden Ansätze würden Sie bevorzugen, Hamming oder Jaccard? Warum?

(d) Wenn Sie zwei Organismen der selben Spezies, z.B. zwei Menschen, genetisch vergleichen wollen, würden Sie dann Hamming, Jaccard oder ein anderes Ähnlichkeitsmaß verwenden?[2]

11. Ermitteln Sie folgende Ähnlichkeits- bzw. Distanzmaße!

(a) Kosinus Koeffizient, Korrelation, und Euklidische Distanz von $x = [1, 1, 1, 1]$ und $y = [2, 2, 2, 2]$.

(b) Kosinus Koeffizient, Korrelation, Euklidische Distanz und Jaccard Koeffizient von $x = [0, 1, 0, 1]$ und $y = [1, 0, 1, 0]$.

(c) Kosinus Koeffizient, Korrelation und Euklidische Distanz von $x = [0, -1, 0, 1]$ und $y = [1, 0, -1, 0]$.

(d) Kosinus Koeffizient, Korrelation und Jaccard Koeffizient von $x = [1, 1, 0, 1, 0, 1]$ und $y = [1, 1, 1, 0, 0, 1]$.

(e) Kosinus Koeffizient und Korrelation von $x = [2, -1, 0, 2, 0, -3]$ und $y = [-1, 1, -1, 0, 0, -1]$.

12. Diese Aufgabe dient dem Vergleich zwischen dem Kosinus Koeffizienten und der Korrelation.

(a) Welchen Wertebereich hat der Kosinus Koeffizient?

(b) Wenn zwei Datenobjekte einen Kosinus Koeffizienten von 1 aufweisen, sind sie dann identisch?

(c) Gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Kosinus Koeffizienten und Korrelation?[3]

(d) Die Abbildung 1(a) zeigt den Zusammenhang zwischen dem Kosinus Koeffizienten und der Euklidischen Distanz für 100.000 zufällig generierte Punkte (Paare von Datenobjekten mit ausschließlich positiven Attribut-Werten), welche auf eine $L_2$ Norm (Länge bzw. Abstand zum Ursprung im $n$-dimensionalen Euklidischen Raum) von 1 normalisiert wurden.

Welche generelle Aussage läßt sich aus diesen Daten von 100.000 Punkten mit einer $L_2$ Norm von 1 ableiten?

[1] Hamming ist ein Distanzmaß, während alle anderen in der Aufgabe erwähnten Maße tatsächlich Ähnlichkeitsmaße sind.

[2] Menschen haben 99.9 % aller Gene gemeinsam. Bei anderen Spezies verhält sich das ähnlich.

[3] Hinweis: Achten Sie auf statistische Größen wie Mittelwert und Standardabweichung für Fälle, in denen diese beiden Größen gleich bzw. verschieden sind.

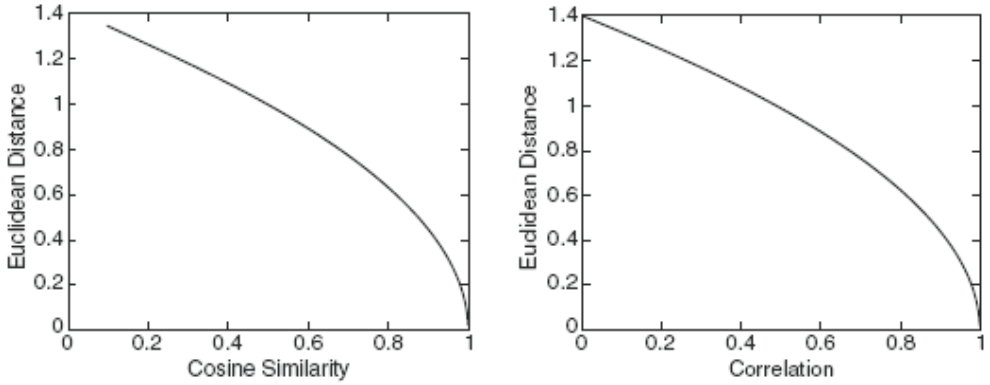



Figure 1: Euklidische Distanz vs. Kosinus Koeffizient und Korrelation

(e) Die Abbildung 1 (b) zeigt den Zusammenhang zwischen der Korrelation und der Euklidischen Distanz für 100.000 zufällig generierte Punkte (Paare von Datenobjekten mit ausschließlich positiven Attribut-Werten), welche auf einen Mittelwert von 0 und eine Standardabweichung von 1 standardisiert wurden.

Welche generelle Aussage läßt sich aus diesen Daten von 100.000 Punkten mit einem Mittelwert von 0 und einer Standardabweichung von 1 ableiten?

(f) Leiten Sie den mathematischen Zusammenhang zwischen Kosinus Koeffizient und Euklidischer Distanz für Daten mit einer Länge (nach $L_2$ Norm) von 1 ab!

(g) Leiten Sie den mathematischen Zusammenhang zwischen Korrelation und Euklidischer Distanz für Daten ab, die durch

- Subtraktion des Mittelwertes und
- Division durch die Standardabweichung

standardisiert wurden!

13. Man zeige, dass das Distanzmaß für Datenobjekte $A$, und $B$

$$d(A, B) = |A - B| + |B - A|$$

die folgenden Eigenschaften aufweist:

(a) $d$ ist nicht negativ: $\forall X, Y : d(X, Y) \geq 0$

(b) $\forall X, Y : d(X, Y) = 0$ gdw. $X = Y$

(c) $d$ ist symmetrisch: $\forall X, Y : d(X, Y) = d(Y, X)$

(d) $\forall X, Y, Z : d(X, Z) \leq d(X, Y) + d(Y, Z)$

14. Wie würden Sie Zeitreihen eines Attributs von einem Wertebereich $[-1, 1]$ für folgende Anwendungsszenarien auf einen Wertebereich [0,1] abbilden?

(a) Partitionieren (Clustern) zu Gruppen mit sehr ähnlichem Datenobjekten

(b) Vorhersage des Betrags des Wertes (nicht der Richtung) zukünftiger Zeitreihen.

15. Schlagen Sie zwei Möglichkeiten vor, ein Ähnlichkeitsmaß mit einem Wertebereich $[0, 1]$ in ein Distanzmaß mit einem Wertebereich $[0, \infty]$ zu transformieren!

16. Distanzmaße sind gewöhnlich über Paaren von Objekten definiert.

    (a) Schlagen Sie zwei Möglichkeiten vor, Distanzmaße auf eine Menge von (mehr als zwei) Objekten zu definieren!

    (b) Wie könnte man die Distanz zwischen zwei Punktmengen im Euklidischen Raum definieren?

# 2 Klassifikation

## 2.1 Entscheidungbäume

1. Entwickeln Sie einen vollständigen Entscheidungsbaum für die Paritätsfunktion (siehe Tabelle 2)! Lässt sich der Baum vereinfachen?

| A | B | C | D | Klasse |
|---|---|---|---|---|
| F | F | F | F | T |
| F | F | F | T | F |
| F | F | T | F | F |
| F | F | T | T | T |
| F | T | F | F | F |
| F | T | F | T | T |
| F | T | T | F | T |
| F | T | T | T | F |
| T | F | F | F | F |
| T | F | F | T | T |
| T | F | T | F | T |
| T | F | T | T | F |
| T | T | F | F | T |
| T | T | F | T | F |
| T | T | T | F | F |
| T | T | T | T | T |

Table 2: Paritätsfunktion

2. Tabelle 3 zeigt das Trainings-Set für eine binäre Klassifikation.

    (a) Ermitteln Sie den Gini-Index der Gesamtmenge der Trainingsdaten bzgl. der Klassenzugeörigkeit!

    (b) Ermitteln Sie den Gini-Index des Attributs *Kundennummer* bzgl. der Klassenzugehörigkeit für dessen verschiedene Ausprägungen!

    (c) Ermitteln Sie den Gini-Index des Attributs *Geschlecht* bzgl. der Klassenzugehörigkeit für dessen verschiedene Ausprägungen!

    (d) Ermitteln Sie den Gini-Index des nominalen Attributs *Autotyp* bzgl. der Klassenzugehörigkeit für dessen verschiedene Ausprägungen!

    (e) Ermitteln Sie den Gini-Index des Attributs *Konfektionsgröße* bzgl. der Klassenzugehörigkeit für die verschiedenen Ausprägungen!

| Kundennummer | Geschlecht | Autotyp | Konfektionsgröße | Klasse |
|---|---|---|---|---|
| 1 | m | Van | S | C0 |
| 2 | m | Sport | M | C0 |
| 3 | m | Sport | M | C0 |
| 4 | m | Sport | L | C0 |
| 5 | m | Sport | XL | C0 |
| 6 | m | Sport | XL | C0 |
| 7 | f | Sport | S | C0 |
| 8 | f | Sport | S | C0 |
| 9 | f | Sport | M | C0 |
| 10 | f | Luxus | L | C0 |
| 11 | m | Van | L | C1 |
| 12 | m | Van | XL | C1 |
| 13 | m | Van | M | C1 |
| 14 | m | Luxus | XL | C1 |
| 15 | f | Luxus | S | C1 |
| 16 | f | Luxus | S | C1 |
| 17 | f | Luxus | M | C1 |
| 18 | f | Luxus | M | C1 |
| 19 | f | Luxus | M | C1 |
| 20 | f | Luxus | L | C1 |

Table 3: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

(f) Welches der Attribute Geschlecht, Autotyp und Konfektionsgröße ist am besten zum Splitting geeignet?

(g) Erklären Sie, warum man das Attribut Kundennummer trotz seines guten Gini-Index nicht im Entscheidungsbaum verwerten sollte!

3. Tabelle 4 zeigt das Trainings-Set für eine binäre Klassifikation.

| lfd. Nr. | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | Klasse |
|---|---|---|---|---|
| 1 | T | T | 1.0 | + |
| 2 | T | T | 6.0 | + |
| 3 | T | F | 5.0 | – |
| 4 | F | F | 4.0 | + |
| 5 | F | T | 7.0 | – |
| 6 | F | T | 3.0 | – |
| 7 | F | F | 8.0 | – |
| 8 | T | F | 7.0 | + |
| 9 | F | T | 5.0 | – |

Table 4: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

(a) Wie hoch ist die Entropie der Trainingsdaten bzgl. Klassenzugehörigkeit?

(b) Wie hoch ist der Informationsgewinn von $a_1$ und $a_2$ bzgl. dieser Trainingsdaten?

(c) $a_3$ ist ein kontinuierliches Attribut. Ermitteln Sie den Informationsgewinn für jeden sinnvollen Split-Wert.

(d) Welches der Attribute $a_1$, $a_2$ und $a_3$ ist das beste bzgl. des Informationsgewinns?

(e) Welches der Attribute $a_1$, $a_2$ ist besser bzgl. des Klassifikationsfehlers?

(f) Welches der Attribute $a_1$, $a_2$ ist besser bzgl. des Gini-Index?

4. Tabelle 5 zeigt die Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation.

| A | T | T | T | T | T | F | F | F | T | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | F | T | T | F | T | F | F | F | T | F |
| Klasse | + | + | + | − | + | − | − | − | − | − |

Table 5: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

(a) Berechnen Sie den Informationsgewinn beim Splitten bzgl. der Attribute $A$ und $B$ auf der Basis der Entropie! Welches Attribut erzielt den höheren Informationsgewinn?

(b) Berechnen Sie den Informationsgewinn beim Splitten bzgl. der Attribute $A$ und $B$ auf der Basis des Gini-Index! Welches Attribut erzielt den höheren Informationsgewinn?

(c) Bild 2 zeigt, dass der Gini-Index und die Entropie im Intervall $[0, 0.5]$ beide monoton steigen und im Intervall $[0.5, 1]$ beide monoton fallen. Ist es unter diesen Umständen möglich, dass der Informationsgewinn auf der Basis des Gini-Index ein anderes Attribut favorisiert als der auf der Basis der Entropie?

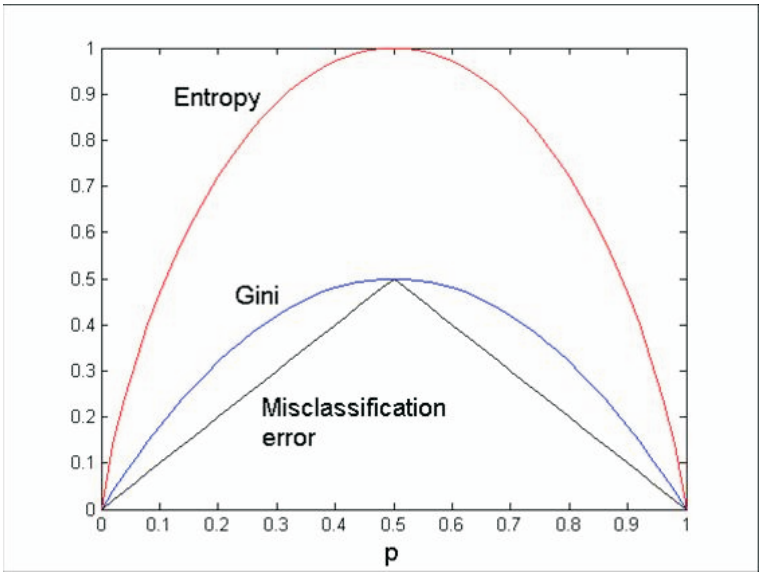



Figure 2: Gini-Index, Entropie und Klassifikationsfehler

5. Tabelle 6 zeigt die Klassenverteilung für Trainingsdaten einer binären Klassifikation.

| X | Y | Z | Anzahl der Datensätze für Klasse + | Anzahl der Datensätze für Klasse – |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 5 | 40 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 15 |
| 0 | 1 | 0 | 10 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 45 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 10 | 5 |
| 1 | 0 | 1 | 25 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 5 | 20 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 15 |

Table 6: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

(a) Entwickeln Sie einen Entscheidungsbaum auf der Basis maximalen Informationsgewinns bzgl. des Klassifikationsfehlers! Wie hoch ist der Klassifikationsfehler des gesamten Entscheidungsbaumes?

(b) Wiederholen Sie die Prozedur der Baumentwicklung, aber nehmen Sie $X$ als Splitting-Attribut der 1. Ebene! Wie hoch ist dann der Klassifikationsfehler des gesamten Entscheidungsbaumes?

(c) Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse der beiden Teilaufgaben!

6. Die Tabelle 7 fasst Trainings-Daten einer binären Klassifikation mit 3 binären Attributen zusammen.

| A | B | C | Anzahl der Datensätze für Klasse | |
|---|---|---|---|---|
| | | | + | – |
| F | F | F | 0 | 25 |
| F | F | T | 0 | 5 |
| F | T | F | 25 | 0 |
| F | T | T | 0 | 20 |
| T | F | F | 0 | 0 |
| T | F | T | 20 | 0 |
| T | T | F | 0 | 0 |
| T | T | T | 5 | 0 |

Table 7: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

(a) Ermitteln Sie für jedes Attribut den Klassifikationsfehler und den Informationsgewinn bezüglich des Klassifikationsfehlers, wenn man es zum Splitting auf der ersten Ebene heranzöge!

Welches Attribut ist demnach zu bevorzugen?

(b) Setzen Sie die Baumkonstruktion für die zweite Ebene, d.h. für die dabei entstehenden Unterbäume des Wurzelknotens fort!

(c) Wie viele Trainings-Datensätze werden durch den so entstandenen Entscheidungsbaum falsch klassifiziert?

(d) Wiederholen Sie die Baumkonstruktion, wählen Sie dabei jedoch $C$ als Splitting-Attribut auf der ersten Ebene! Wie hoch ist dann der Klassifikationsfehler?

(e) Was kann man aus diesen Ergebnissen über die "gierige" (greedy) Heuristiken (mit frühzeitigem maximalen Informationsgewinn) ableiten?

7. Anhand der Trainingsdaten aus Tabelle 8 wurde ein Entscheidungsbaum gemäß Abbildung 3 entwickelt.

| lfd. Nr. | A | B | C | Klasse |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | + |
| 2 | 0 | 0 | 1 | + |
| 3 | 0 | 1 | 0 | + |
| 4 | 0 | 1 | 1 | − |
| 5 | 1 | 0 | 0 | + |
| 6 | 1 | 0 | 0 | + |
| 7 | 1 | 1 | 0 | − |
| 8 | 1 | 0 | 1 | + |
| 9 | 1 | 1 | 0 | − |
| 10 | 1 | 1 | 0 | − |

Table 8: Trainingsdaten für eine binäre Klassifikation

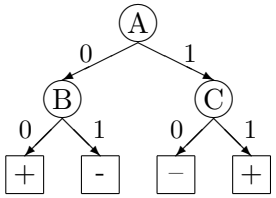



Figure 3: Aus Tabelle 8 abgeleiteter Entscheidungsbaum $T$

(a) Ermitteln Sie den Generalisierungsfehler auf der Basis des "optimictic approach", d.h. der Trainingsdaten!

(b) Ermitteln Sie den Generalisierungsfehler auf der Basis des "pessimistic approach"! Verwenden Sie dabei einen Malus $\Omega(t_i) = 0.5$ für jeden Blattknoten $t_i$!

(c) Ermitteln Sie den Generalisierungsfehler auf der Basis der Validierungsmenge in Tabelle 9!

| lfd. Nr. | A | B | C | Klasse |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 0 | 0 | 0 | + |
| 12 | 0 | 1 | 1 | + |
| 13 | 1 | 1 | 0 | + |
| 14 | 1 | 0 | 1 | − |
| 15 | 1 | 0 | 0 | + |

Table 9: Validierungsdaten für den Entscheidungsbaum $T$ (Abb. 3)

8. Zur Behandlung einer schweren Krankheit werden typischerweise die Therapien $a$, $b$, und $c$ verordnet, welche nur sequentiell angewandt werden können. Zur Klasse $P$

gehören diejenigen Therapiefolgen, welche zur Heilung eines Patienten führten; zur Klasse $N$ gehören diejenigen Therapiefolgen, die keinen Heilerfolg erbrachten.

Entwerfen Sie einen Entscheidungsbaum zur Beurteilung der Heilungschancen von Therapiefolgen für $P = \{bc, ac\}$ und $N = \{cb, acb\}$!

## 2.2 Regelbasierte Klassifikatoren

1. Gegeben seien folgende Attribute und Wertebereiche zur Bewertung von Gebrauchtwagen:

   - $Klimaanlage : \{instand, defekt\}$
   - $Motor : \{kraftvoll, durchzugsschwach\}$
   - $Fahrleistung : \{hoch, normal, gering\}$
   - $Rost : \{ja, nein\}$

   Aus einem Datensatz wurde folgender regelbasierte Klassifikator erzeugt:

   $Fahrleistung = hoch \longrightarrow Wert = gering$
   $Fahrleistung = gering \longrightarrow Wert = hoch$
   $Klimaanlage = instand \wedge Motor = kraftvoll \longrightarrow Wert = hoch$
   $Klimaanlage = instand \wedge Motor = durchzugsschwach \longrightarrow Wert = gering$
   $Klimaanlage = defekt \longrightarrow Wert = gering$

   (a) Sind die Regeln gegenseitig ausschließend?
   (b) Ist die Regelmenge vollständig?
   (c) Ist es nötig, die Regeln zu ordnen?
   (d) Ist die Festlegung eine default Klasse nötig?

2. Für ein top-down Regelgenerierungs-Verfahren soll der Wert einer Konjunktion $B$ von

   - $r_1 : A \longrightarrow C$

   zu

   - $r_2 : A \wedge B \longrightarrow C$

   ermittelt werden.

   (a) Im RIPPER Algorithmus entscheidet FOIL's information gain über die beste hinzuzufügende Konjunktion.
   Bei der Ermittlung des Wertes von $B$ decke
   - $r_1$ 350 positive und 150 negative DO ab und
   - $r_2$ 300 positive und 50 negative DO ab.

   Wie hoch ist FOIL's information gain von $r_2$ bezüglich $r_1$?

   (b) Eine vorherige Version von RIPPER, genannt IREP, favorisiert diejenige Regelerweiterung, welche des Wert von

   $$v_{IREP} = \frac{p + (N - n)}{P + N}$$

   über einem Validierungs-Datensatz um den größten Wert erhöht bzw. belässt es es bei $r_1$, falls keine Verfeinerungen diesen Wert erhöht. Hierbei ist

- $P$ die Anzahl der positiven DO im Validierungs-Datensatz,
- $N$ die Anzahl der negativen DO im Validierungs-Datensatz,
- $p$ die Anzahl der positiven DO, die von der Regel abgedeckt werden und
- $n$ die Anzahl der negativen DO, die von der Regel abgedeckt werden.

Ein Validierungs-Datensatz habe 500 positive und 500 negative DO.

- $r_1$ decke 200 positive und 50 negative DO ab.
- $r_2$ decke 100 positive und 5 negative DO ab.

Welcher der beiden Regeln würde IREP preferieren?

(c) Ermitteln Sie $v_{RIPPER}$ für $r_1$ und $r_2$ beim post-Pruning! Würde RIPPER beim post-Pruning die Konjunktion $B$ als Verfeinerung akzeptieren?

3. C4.5 extrahiert Regeln indirekt aus einem Entscheidungsbaum. RIPPER hingegen extrahiert die Regeln direkt aus den Daten. Diskutieren Sie die Stärken und Schwächen beider Methoden!

4. Gegeben sei ein Datensatz mit 100 positiven und 400 negativen DO sowie drei Kandidaten für eine zu generierende Regel:

$r_1$: $A \longrightarrow +$ (deckt 4 positive und 1 negatives DO ab)

$r_2$: $B \longrightarrow +$ (deckt 30 positive und 10 negative DO ab)

$r_3$: $C \longrightarrow +$ (deckt 100 positive und 90 negative DO ab)

Ermitteln Sie die beste und die schlechteste Regel bzgl. der Metriken

(a) Accuracy

(b) FOIL's Informationsgewinn

(c) Wahrscheinlichkeitsverhältnis

(d) Laplace Metrik

(e) m-estimate Metrik

5. Bild 4 zeigt die Abdeckung positiver und negative DO eines Datensatzes mit 29 positiven und 21 negativen DO durch drei Regeln $r_1$, $r_2$ und $r_3$. Ermitteln Sie beste und schlechteste Regel bzgl. der Metriken

(a) Wahrscheinlichkeitsverhältnis

(b) Laplace Metrik

(c) m-estimate Metrik ($p_+ = \frac{29}{29+21} = 0.58$)

Ermitteln Sie die bessere der beiden Regeln $r_2$ und $r_3$ auf der Basis der Accuray, nach dem $r_1$ bereits in die Regelbasis aufgenommen wurde und

(d) kein von $r_1$ abgedecktes DO aus dem Datensatz entfernt wurde.

(e) nur die positiven von $r_1$ abgedeckten DO aus dem Datensatz wurden.

(f) alle von $r_1$ abgedeckten DO aus dem Datensatz wurden.

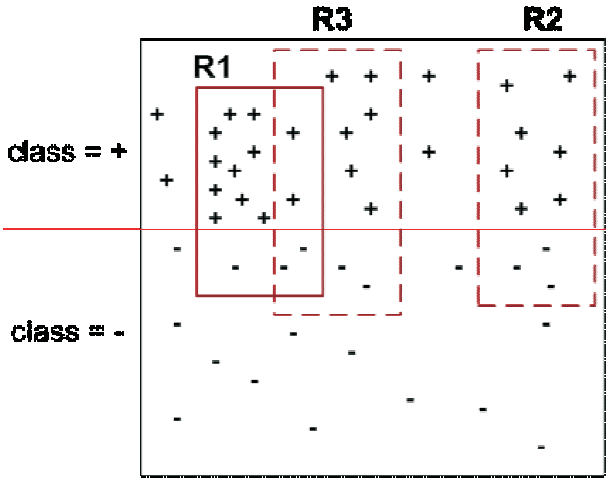



Figure 4: Datensatz und Abdeckung 3er Regeln

## 2.3 kNN Klassifikation

1. Jemand löst des Problem des Findens von $k$ nächstgelegenen Nachbarn in einem Attribut-Raum durch den folgenden Algorithmus:

   Algorithm **kNN** for finding $K$ nearest neighbors.
   1: **for** $i = 1$ to number of data objects **do**
   2: Find the distances of the $i$-th object to all other objects.
   3: Sort these distances in decreasing order.
   (Keep track of which object is associated with each distance.)
   4: **return** objects associated with the first $K$ distances of the sorted list
   5: **end for**

   (a) Beschreiben Sie eventuelle Probleme mit diesem Algorithmus, falls es mehrfache Objekte (verschiedene Objekte mit identischen Attribut-Werten) gibt! Sie dürfen dabei davon ausgehen, dass die distance - Funktion nur für identische Objekte den Wert Null liefert.

   (b) Wie würden Sie o.g. Problem lösen?

2. Man betrachte den 1-dimensionalen Datensatz in Tabelle 10.

| $x$ | 0.5 | 3.0 | 4.5 | 4.6 | 4.9 | 5.2 | 5.3 | 5.5 | 7.0 | 9.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | − | − | + | + | + | − | − | + | − | − |

Table 10: Datensatz für Aufgabe 2

   (a) Klassifizieren ie den Punkt $x' = 5.0$ anhand seiner 1, 3, 5 und 9 nächsten Nachbarn unter Anwendung des Mehrheitsprinzips!

   (b) Wiederholen Sie o.g. Klassifizierung unter Anwendung des gewichteten Abstandsmaßes

$$y' = \underset{v}{\operatorname{argmax}} \sum_{[x_i,y_i] \in kNN(x')} \frac{1}{d(x', x_i)^2} * ord(v = y_i)$$

$$\text{mit } ord(prop) = \begin{cases} 1 & \text{, falls } \quad prop = true \\ 0 & \text{, falls } \quad prop = false \end{cases} .$$

3. Der kNN-Algorithmus kann erweitert werden, um auch nominale Attribute behandeln zu können. Eine Variante des Algorithmus' PEBLS (Parallel Examplar-Based Learning System) ermittelt die Distanz bei nominalen Attributen durch eine so genannte Modified Value Difference Metric (MVDM). Für ein Paar nominaler Attribut-Werte $v_1$ und $v_2$ ist die MVDM-Distanz wie folgt definiert:

$$d(v_1, v_2) = \sum_{i=1}^{k} \left| \frac{n_{i1}}{n_1} - \frac{n_{i2}}{n_2} \right|$$

wobei

- $n_{ij}$ die Anzahl von DO aus Klasse $i$ mit dem Attribut-Wert $v_j$ ist und
- $n_j$ Gesamtzahl von DO mit dem Attribut-Wert $v_j$ ist.

| *home_owner* | *martial_status* | *annual_income* | *defaulted_borrower* |
|---|---|---|---|
| *yes* | *single* | 124 | *no* |
| *no* | *married* | 100 | *no* |
| *no* | *single* | 70 | *no* |
| *yes* | *married* | 120 | *no* |
| *no* | *divorced* | 95 | *yes* |
| *no* | *married* | 60 | *no* |
| *yes* | *divorced* | 220 | *no* |
| *no* | *single* | 85 | *yes* |
| *no* | *married* | 75 | *no* |
| *no* | *single* | 90 | *yes* |

Table 11: Data Set for exercise 3

Die Tabelle 11 zeigt Trainingsdaten zur Beurteilung der Kreditwürdigkeit von Kunden einer Bank. Ermitteln Sie die MVDM-Distanz aller Paare von Werten für die nominalen Attribute *home_owner* und *martial_status*!

## 2.4 Bayes'sche Klassifikation

1. Der Anteil der Raucher unter nicht graduierten Studierenden betrage 15 %; der Anteil der Raucher unter graduierten Studierenden betrage 23 %. $\frac{1}{5}$ aller Studierenden seien graduiert, alle anderen nicht graduiert.

   (a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Student, welcher raucht, graduiert ist?

   (b) Ist ein zufällig ausgewählter Student wahrscheinlicher graduiert oder nicht graduiert?

   (c) Ist ein zufällig ausgewählter Student, welcher Raucher ist, wahrscheinlicher graduiert oder nicht graduiert?

(d) 30 % aller graduierten Studierenden leben im Wohnheim; bei den nicht graduierten Studierenden beträgt dieser Anteil nur 10 %.

Ist ein zufällig ausgewählter Student, welcher raucht und im Wohnheim wohnt, wahrscheinlicher graduiert oder nicht graduiert? Es darf unterstellt werden, dass die Attribute "*im Wohnheim leben*" und "*rauchen*" unabhängig voneinander sind.

2. Man betrachte den Datensatz in Tabelle 12.

| lfd. Nr. | $A$ | $B$ | $C$ | *Klasse* |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | + |
| 2 | 0 | 0 | 1 | − |
| 3 | 0 | 1 | 1 | − |
| 4 | 0 | 1 | 1 | − |
| 5 | 0 | 0 | 1 | + |
| 6 | 1 | 0 | 1 | + |
| 7 | 1 | 0 | 1 | − |
| 8 | 1 | 0 | 1 | − |
| 9 | 1 | 1 | 1 | + |
| 10 | 1 | 0 | 1 | + |

Table 12: Datensatz zu Aufgabe 2

(a) Ermitteln Sie die geschätzten bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(A|+)$, $p(B|+)$, $p(C|+)$, $p(A|-)$, $p(B|-)$ und $p(C|-)$ als relative Häufigkeit im Datensatz!

(b) Ermitteln Sie die wahrscheinlichste Klassenzugehörigkeit des DO $A = 0$, $B = 1$ und $C = 0$ anhand der Bayes'schen Formel aus den in Aufgabe (a) ermittelten Werten!

(c) Ermitteln Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten anhand des m-estimate Ansatzes mit $p' = 1/2$ and $m = 4$.

(d) Wiederholen Sie Aufgabe (b) unter Nutzung der m-estimate Schätzungen aus Aufgabe (c) für die bedingten Wahrscheinlichkeiten.

(e) Vergleichen Sie beider Methoden der Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeiten! Unter welchen Umständen ist welche ist besser?

3. Man betrachte den Datensatz in Tabelle 13.

(a) Ermitteln Sie die geschätzten bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(A = 1|+)$, $p(B = 1|+)$, $p(C = 1|+)$, $p(A = 1|-)$, $p(B = 1|-)$ und $p(C = 1|-)$ wie in Aufgabe 2 (a)!

(b) Ermitteln Sie die wahrscheinlichste Klassenzugehörigkeit des DO $(A = 1, B = 1, C = 1)$ anhand der Bayes'schen Formel aus den in Aufgabe (a) ermittelten Werten!

(c) Vergleichen Sie $p(A = 1)$, $p(B = 1)$ und $p((A = 1) \wedge (B = 1))$. Welche Aussage über die Relation zwischen $A$ und $B$ kann man daraus ableiten?

(d) Wiederholen Sie die Analyse wie in Aufgabe (c) für $p(A = 1)$, $p(B = 0)$ und $p((A = 1) \wedge (B = 0))$!

(e) Vergleichen Sie $p((A = 1) \wedge (B = 1)|+)$ mit $p(\mathrm{A} = 1|+)$ und $p(B = 1|+)$! Sind die Variablen innerhalb der Klasse voneinander unabhängig?

| lfd. Nr. | $A$ | $B$ | $C$ | $Class$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 | − |
| 2 | 1 | 0 | 1 | + |
| 3 | 0 | 1 | 0 | − |
| 4 | 1 | 0 | 0 | − |
| 5 | 1 | 0 | 1 | + |
| 6 | 0 | 0 | 1 | + |
| 7 | 1 | 1 | 0 | − |
| 8 | 0 | 0 | 0 | − |
| 9 | 0 | 1 | 0 | + |
| 10 | 1 | 1 | 1 | + |

Table 13: Datensatz zu Aufgabe 3

4. Abbildung 5 zeigt das Bayes'sche Belief Network für den Datensatz aus Tabelle 14. Alle Attribute sind binär.

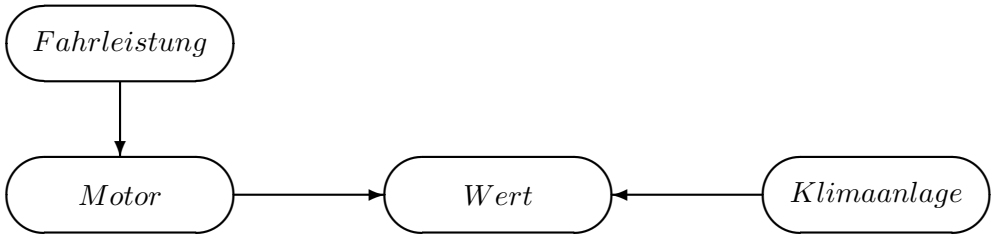



Figure 5: Bayes'sches Belief Network zu Aufgabe 4

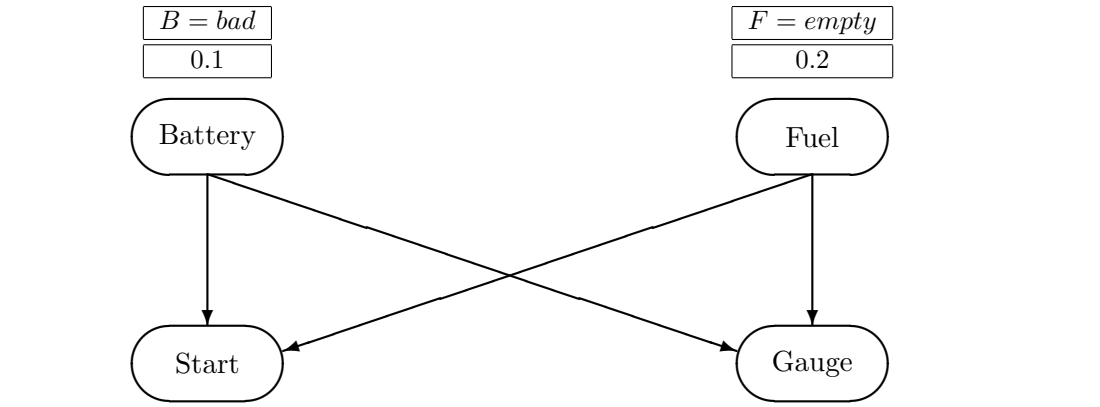
| $Fahrleistung$ | $Motor$ | $Klimaanlage$ | Anzahl von DO mit | |
|---|---|---|---|---|
| | | | $Wert = hoch$ | $Wert = gering$ |
| $hoch$ | $gut$ | $instand$ | 3 | 4 |
| $hoch$ | $gut$ | $defekt$ | 1 | 2 |
| $hoch$ | $schlecht$ | $instand$ | 1 | 5 |
| $hoch$ | $schlecht$ | $defekt$ | 0 | 4 |
| $gering$ | $gut$ | $instand$ | 9 | 0 |
| $gering$ | $gut$ | $defekt$ | 5 | 1 |
| $gering$ | $schlecht$ | $instand$ | 1 | 2 |
| $gering$ | $schlecht$ | $defekt$ | 0 | 2 |

Table 14: Datensatz zu Aufgabe 4

   (a) Entwickeln Sie die Wahrscheinlichkeitstabellen für jeden Konten des Netzes!
   (b) Ermitteln Sie $p(Motor = schlecht \wedge Klimaanlage = defekt)$ anhand dieses Netzes!

5. Man berechne anhand des in Abbildung 6 gezeigten Bayes'schen Netzes folgende Wahrscheinlichkeiten:

   (a) $p(B = good \wedge F = empty \wedge G = empty \wedge S = yes)$
   (b) $p(B = bad \wedge F = empty \wedge G = not\_empty \wedge S = no)$




| | $S = no$ |
|---|---|
| $B = good \wedge F = not\_empty$ | 0.1 |
| $B = good \wedge F = empty$ | 0.8 |
| $B = bad \wedge F = not\_empty$ | 0.9 |
| $B = bad \wedge F = empty$ | 1.0 |

| | $G = empty$ |
|---|---|
| $B = good \wedge F = not\_empty$ | 0.1 |
| $B = good \wedge F = empty$ | 0.8 |
| $B = bad \wedge F = not\_empty$ | 0.2 |
| $B = bad \wedge F = empty$ | 0.9 |

Figure 6: Bayes'sches Belief Network zu Augabe 5

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für $S = yes$ unter der Bedingung $B = bad$.

## 2.5 Support Vector Machines

## 2.6 Ensemble Methoden

## 2.7 Class Imbalance Problem

1. Evaluieren Sie die Performance 2er Modelle (Klassifikatoren) $M_1$ und $M_2$. Der Trainings-Datensatz enthält 26 binäre Attribute $A$ bis $Z$.

| Nr. | tatsächl. Klasse | $p(+\|A, B, \cdots, Z, M_1)$ | $p(+\|A, B, \cdots, Z, M_1)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | + | 0.73 | 0.61 |
| 2 | + | 0.69 | 0.03 |
| 3 | − | 0.44 | 0.68 |
| 4 | − | 0.55 | 0.31 |
| 5 | + | 0.67 | 0.45 |
| 6 | + | 0.47 | 0.09 |
| 7 | − | 0.08 | 0.38 |
| 8 | − | 0.15 | 0.05 |
| 9 | + | 0.45 | 0.01 |
| 10 | − | 0.35 | 0.04 |

Table 15: A posteriori Wahrscheinlichkeiten

Tabelle 15 enthält die a posteriori Wahrscheinlichkeiten für die (interessierende) positive Klasse, welche durch Anwendung des Modells auf einen Test-Datensatz ermittelt wurden. Da es sich um binäre Klassifikation handelt, ist $p(-) = 1 - p(+)$ und $p(-|A, \ldots, Z) = 1 - p(-|A, \ldots, Z)$. Das Ziel ist, positive DO zu erkennen.

(a) Zeichnen Sie die ROC-Kurve für $M1$ und $M_2$ in ein und dasselbe) Diagramm! Welches Modell halten Sie für besser? Begrnden Sie Ihre Antwort!

(b) Der sog. cutoff-Schwellwert $t$ für das Modell $M_1$ sei 0.5, d.h. DO mit einer a posteriori-Wahrscheinlichkeit $p > 0.5$ werden als positive DO klassifiziert.
Ermitteln Sie Precision, Recall und die $F_1$-Metrik für $M_1$ mit $t = 0.5$!

(c) Wiederholen Sie diese Analyse für $M_2$ mit demselben cutoff-Schwellwert $t = 0.5$!
Vergleichen Sie die Resultate basierend auf den ermittelten $F_1$-Metriken für beide Modelle! Welches Modell halten Sie für besser?
Deckt sich diese Einschätzung mit der basierend auf der ROC-Kurve?

(d) Wiederholen Sie die Analyse für $M_1$ mit $t = 0.1$!
Welchen Schwellwert halten Sie für besser, $t = 0.5$ oder $t = 0.1$?
Deckt sich Ihre Einschätzung mit der basierend auf der ROC-Kurve?

2. Gegeben sei folgender Trainingsdatensatz:

| X | Y | Anzahl DO | |
|---|---|---|---|
| | | + | - |
| 0 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 100 |
| 0 | 1 | 10 | 100 |
| 1 | 1 | 10 | 0 |
| 2 | 1 | 10 | 100 |
| 0 | 2 | 0 | 100 |
| 1 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 100 |

(a) Man konstruiere einen Entscheidungsbaum für u.g. Trainingsdaten. Das Auswahlkriterium für Split-Attribue sei der Klassifikationsfehler. Ist das Modell 100 % korrekt über den Trainingsdaten? Wie hoch ist sein Klassifikationsfehler?

(b) Bestimmen Sie die Accuracy, Precision ($F_0$), Recall ($F_\infty$), und die $F_1$ Metrik des Modells bzgl. der seltenen Klasse "+"!

(c) Man konstruiere einen neuen Entscheidungsbaum mit der folgenden Kostenfunktion : $C(i,j) = \begin{cases} 0, & \text{if } i = j \\ 1, & \text{if } i = +, j = - \\ \frac{AnzahlDOderKlasse-}{AnzahlDOderKlasse+}, & \text{if} i = -, j = + \end{cases}$

(d) Bestimmen Sie die Accuracy, Precision ($F_0$), Recall ($F_\infty$), und die $F_1$ Metrik des neuen Baumes bzgl. der seltenen Klasse "+"!

# 3 Assoziations-Analyse

1. Man betrachte die Daten in Tabelle 16.

(a) Ermitteln Sie den Support der Itemsets $\{e\}$, $\{b, d\}$, und $\{b, d, e\}$ unter Betrachtung der Transaktions-Nr. als je einen Warenkorb!

| Kunden-Nr. ID | Transaktions-Nr. | gekaufte Waren |
|---|---|---|
| 1 | 0001 | $\{a, d, e\}$ |
| 1 | 0024 | $\{a, b, c, e\}$ |
| 2 | 0012 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 2 | 0031 | $\{a, c, d, e\}$ |
| 3 | 0015 | $\{b, c, e\}$ |
| 3 | 0022 | $\{b, d, e\}$ |
| 4 | 0029 | $\{c, d\}$ |
| 4 | 0040 | $\{a, b, c\}$ |
| 5 | 0033 | $\{a, d, e\}$ |
| 5 | 0038 | $\{a, b, e\}$ |

Table 16: Warenkorb - Transaktionen zu Aufgabe 1

(b) Ermitteln Sie die Confidence der Regeln $\{b, d\} \rightarrow \{e\}$ and $\{e\} \rightarrow \{b, d\}$ anhand des Ergebnisses aus Aufgabe (a)! Ist die Confidence eine symmetrische Metrik?

(c) Wiederholen Sie (a) unter Betrachtung der Kunden-Nr. als je einen Warenkorb! Jedes Item sollte als binäre Variable geführt werden, welche den Wert 1 hat, falls der Kunde das Produkt gekauft hat und anderenfalls den Wert 0 hat.

(d) Ermitteln Sie die Confidence der Regeln $\{b, d\} \rightarrow \{e\}$ and $\{e\} \rightarrow \{b, d\}$ anhand des Ergebnisses aus Aufgabe (c)!

(e) Seien

- $s_1$ und $c_1$ der Support bzw. die Confidence einer Regel $r$ unter Betrachtung der Transaktions-Nr. als je einen Warenkorb und
- $s_2$ und $c_2$ der Support bzw. die Confidence einer Regel $r$ unter Betrachtung der Kunden-Nr. als je einen Warenkorb.

Diskutieren Sie, ob es evtl. einen Zusammenhang zwischen $s_1$ und $s_2$ oder $c_1$ und $c_2$!

2. (a) Wie hoch sind die Confidence-Werte von Regeln der Art $\emptyset \rightarrow A$ und $A \rightarrow \emptyset$?

(b) Inwieweit hat Confidence Monotonie-Eigenschaften?

Seien $c_1$, $c_2$, and $c_3$ die Confidence-Werte der Regeln

- $r_1 : \{p\} \rightarrow \{q\}$
- $r_2 : \{p\} \rightarrow \{q, r\}$
- $r_3 : \{p, r\} \rightarrow \{q\}$

$c_1$, $c_2$ und $c_3$ mögen verschiedene Werte haben. Welche Relationen gibt es zwischen $c_1$, $c_2$ und $c_3$? Welche Regel hat den geringsten Confidence-Wert?

(c) Wiederholen Sie die Analyse wie in (b) unter der Annahme, dass alle drei Regeln den gleichen Support haben! Welche Regel hat dann den höchsten Confidence-Wert?

(d) Ist Confidence transitiv?

Mögen die Confidence-Werte der Regeln $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow C$ einen Schwellwert $minconf$ überschreiten. Ist es denkbar, dass $A \rightarrow C$ einen Confidence-Wert hat, der niedriger als $minconf$ ist?

| Transaktions-Nr. | gekaufte Waren |
|---|---|
| 1 | $\{Milch, Bier, Windeln\}$ |
| 2 | $\{Brot, Butter, Milch\}$ |
| 3 | $\{Milch, Windeln, Kekse\}$ |
| 4 | $\{Brot, Butter, Kekse\}$ |
| 5 | $\{Bier, Kekse, Windeln\}$ |
| 6 | $\{Milch, Windeln, Brot, Butter\}$ |
| 7 | $\{Brot, Butter, Windeln\}$ |
| 8 | $\{Bier, Windeln\}$ |
| 9 | $\{Milch, Windeln, Brot, Butter\}$ |
| 10 | $\{Bier, Kekse\}$ |

Table 17: Warenkorb-Transaktionen zu Aufgabe 3

3. Man betrachte die Warenkorb-Transaktionen in Tabelle 17.

   (a) Wie viele Assozaitions-Regeln (inklusive solcher mit einem Support von Null) kann man maximal aus diesen Daten Generieren?

   (b) Wie groß kann ein häufiges Item-Set (unter der Bedingung, dass $minsup > 0$) maximal sein?

   (c) Wie viele Itemsets aus drei Items lassen sich aus diesen Daten bilden? Geben Sie eine allgemeine Formel zur Bildung von Itemsets der Größe $k$ bei $n$ ($n \geq k$) Items an!

   (d) Ermitteln Sie das Itemset (der Größe 2 oder größer) mit dem höchsten Support-Wert!

   (e) Ermitteln Sie ein Paar von Items $a$ und $b$, für welches die Regeln $a \rightarrow b$ und $b \rightarrow a$ den selben Confidence-Wert haben!

4. Man betrachte die folgenden 3-Itemsets, welche aus den häufigen Items $F_1 = \{a, b, c, d, e\}$ entstanden sein mögen:

   $F_3 = \{\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{c, d, e\}\}$.

   (a) Geben Sie alle 4-Itemsets Kandidaten an, die durch die $F_{k-1} \times F_1$ Verschmelzung entstehen!

   (b) Geben Sie alle 4-Itemsets Kandidaten an, die durch den *a Priori* Algorithmus ($F_{k-1} \times F_{k-1}$ Verschmelzung) entstehen!

   (c) Geben Sie alle 4-Itemsets Kandidaten an, welche nach dem Pruning Schritt im *a Priori* Algorithmus übrig bleiben!

5. Der *a priori* Algorithmus verwendet eine "generate-and-test" Strategie zur Ermittlung häufiger Itemsets. Itemset-Kandidaten der Größe $k$ werden durch Verschmelzung von Paaren häufiger Itemsets der Größe $k - 1$ generiert.

   Ein solcher Kandidat wird in einem zusätzlichen Pruning - Schritt (außer dem danach vollzogenen Support - basierten Pruning) verworfen, falls sich einer seiner Untermengen als "nicht häufig" erweist.

| Transaktions-Nr. | gekaufte Waren |
|---|---|
| 1 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 2 | $\{b, c, d\}$ |
| 3 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 4 | $\{a, c, d, e\}$ |
| 5 | $\{b, c, d, e\}$ |
| 6 | $\{b, d, e\}$ |
| 7 | $\{c, d\}$ |
| 8 | $\{a, b, c\}$ |
| 9 | $\{a, d, e\}$ |
| 10 | $\{b, d\}$ |

Table 18: Warenkorb-Transaktionen zu Aufgabe 5

Der *a priori* Algorithmus möge auf die in Tabelle 18 mit einem Mindest-Support von $minsup = 0.3$ angewandt werden.

(a) Skizzieren Sie die Halbordnung $\subseteq$ zwischen allen bis zu 4-elementigen Itemsets $\{a, b, c, d, e\}^*$ aus $\{a, b, c, d, e\}$ in Form eines Verbands!
Markieren (oder färben) Sie die Knoten im Verband wie folgt:

$N$: ..., falls das Itemset am a priori Algorithmus nicht als Kandidat-Itemset betrachtet wird.
Dies kann einer der folgenden Gründe haben:

i. Es ist nicht generiert worden bei der Kandidaten-Generierung oder

ii. es ist zwar generiert worden, ist aber beim Kandidaten-Pruning wieder entfernt wurde, weil es $k - 1$ - Teilmengen gab, welche nicht sich nicht als häufig erwiesen.

$F$: ..., falls das Itemset als häufig (frequent) identifiziert wird.

$I$: ..., falls das Itemset wegen nicht hinreichendem Support als nicht häufig (infrequent) identifiziert wird.

(b) Wie hoch ist der Anteil häufiger Itemsets im Verband?

(c) Wie hoch ist die Pruning-Rate des *a priori* Algorithmus bei diesem Datensatz?
Die Pruning-Rate ist definiert als Anteil der Itemsets, welche nicht als Kandidat betrachtet werden. Hierbei spielt es keine Rolle, ob sie (1) nicht als Kandidat nominiert wurden oder (2) beim Kandidaten-Pruning (der Teilmengen-Überprüfung) "durchgefallen" sind.

(d) Wie hoch ist die Rate so genannter "falscher Alarme", d.h. der Anteil der Kandidaten im Verband, welche mangels hinreichenden Supports als nicht häufig eingestuft wurden?

6. Zur effektiven Ermittlung des Support-Wertes eines Kandidaten-Itemsets nutzt der *a priori* Algorithmus einen Hash-Baum. Man betrachte den Hash-Baum für 3-Itemsets in Abbildung 7.

(a) Welche der Blattknoten des Hash-Baumes würden zur Suche von Kandidaten-Itemsets für die Transaktion $t = \{1, 3, 4, 5, 8\}$ aufgesucht werden?

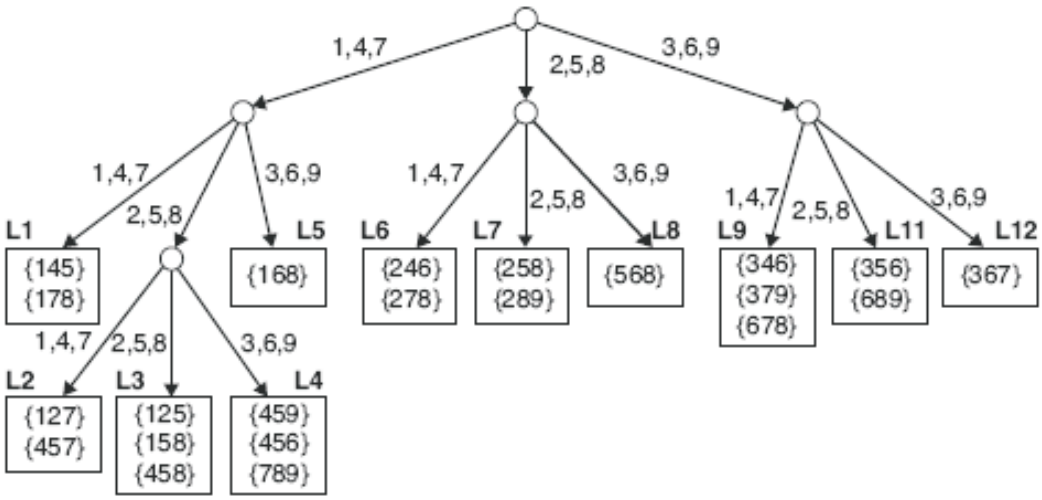



Figure 7: Hash-Baum zu Aufgabe 6

(b) Welche der in den oben ermittelten Blattknoten befindlichen Kandidaten-Itemsets sind tatsächlich in $t$ enthalten und würden zur Erhöhung des Support beitragen?

7. Man betrachte die folgenden 3-Itemsets:

$$\{1,2,3\},\ \{1,2,6\},\ \{1,3,4\},\ \{2,3,4\},\ \{2,4,5\},\ \{3,4,6\},\ \{4,5,6\}$$

(a) Konstruieren Sie einen binären Hash-Baum für die o.g. Kandidaten - $k$-Itemsets! Die Hash-Funktion soll alle ungeraden Items dem linken Unterbaum und alle geraden items dem rechten Unterbaum zuordnen! Ein Kandidaten 3-Itemset wird durch Berechnung der Hash-Funktion für das jeweils nächste Item in den Baum aufgenommen. Ist dabei ein Blatt erreicht, wird das Itemset nach folgenden Regeln in den Baum aufgenommen:

- **Regel 1:** Wenn die Tiefe des Blattknotens gleich $k$ ist (die Wurzel habe die Tiefe 0), wird das Itemset unabhängig von der Anzahl der bereits im Blattknoten enthaltenen Itemsets in diesen Blattknoten aufgenommen.
- **Regel 2:** Wenn die Tiefe des Blattknotens kleiner als $k$ ist, wird das Itemset in den Blattknoten aufgenommen, falls die Anzahl der dort bereits abgelegten Itemsets kleiner als $maxsize$ ist. Für diesen Baum sein $maxsize = 2$.
- **Regel 3:** Wenn die Tiefe des Blattknotens kleiner als $k$ ist und die Anzahl der dort bereits abgelegten Itemsets bereits $maxsize$ ist, wird das Blatt durch einen Unterbaum ersetzt. Sowohl vorher im Blatt befindlichen Itemsets als auch das neue Itemset werden entsprechend ihrer Hash-Funktion in den linken oder rechten Unterbaum eingefügt.

(b) Wie viele Blattknoten und wieviele nicht-Blattknoten hat der so entstehende Hash-Baum?

(c) Gegeben sei eine Transaktion $t = \{1,2,3,5,6\}$. Welche Blattknoten des Hash-Baumes werden von dieser Transaktion aufgesucht? Welches sind die Kandidat - 3-Itemsets, die im Hash-Baum gefunden werden?

| TID | Waren |
|---|---|
| 1 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 2 | $\{b, c, d\}$ |
| 3 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 4 | $\{a, c, d, e\}$ |
| 5 | $\{b, c, d, e\}$ |
| 6 | $\{b, d, e\}$ |
| 7 | $\{c, d\}$ |
| 8 | $\{a, b, c\}$ |
| 9 | $\{a, d, e\}$ |
| 10 | $\{b, d\}$ |

Table 19: Transaktionsdaten zu Aufgabe 8

8. Man markiere die Knoten des in Abbildung 8 gezeigten Itemset - Verbands unter Betrachtung der Transaktionen in Tabelle 19

   - mit $M$, (maximal) falls es sich um ein maximales häufiges Itemset handelt,
   - mit $C$, (closed) falls es sich um ein geschlossenes häufiges Itemset handelt,
   - mit $F$, (frequent) falls es sich um ein häufiges Itemset handelt, welches weder maximal noch geschlossen ist und
   - mit $I$, (infrequent) falls es sich nicht um ein häufiges Itemset handelt.

   Der mindest-Support sei $minsup = 0.3$

9. Gegeben seien die Transaktionen in Tabelle 20.

   (a) Zeichnen Sie den Verband der aus dem häufigen Itemset $\{a, c, e, g\}$ bildbaren Assoziationsregeln! Verbinden Sie die Knoten im Verband nur dann durch eine gerichtete Kante, wenn die beiden Startknoten der hineinführenden Kanten beim redundanzfreien Verschmelzen diejenigen Regeln repräsentieren, mit denen die Verschmelzung vorgenommen wird!

   (b) Markieren Sie jeden Konten des Verbands mit der Konfidenz der jeweiligen Regel!

   (c) Die Mindestkonfidenz sein $minconf = 0.75$. Markieren Sie jeden Knoten

   - mit $C$ (confident), falls dieser Knoten bei der redundanzfreien Auswahl von Regelpaaren durch deren Verschmelzung gebildet wird und fr weitere Verschmelzungen der nächsten Ebene herangezogen werden kann.
   - mit $I$ (inconfident), falls dieser Knoten bei der redundanzfreien Auswahl von Regelpaaren durch deren Verschmelzung gebildet wird, aber mangels Konfidenz nicht fr weitere Verschmelzungen der nächsten Ebene herangezogen wird.
   - mit $N$ (not formed), falls dieser Knoten bei der redundanzfreien Auswahl von Regelpaaren nicht gebildet wird.

10. Zur Evaluierung von Assoziations-Patterns wird häufig der Support und die Konfidenz verwendet, um uninteressante Regeln zu prunen.

| TID | Waren |
|---|---|
| 1 | $\{a, b, c, e, g\}$ |
| 2 | $\{a, b, e, g\}$ |
| 3 | $\{a, c, e, f, g\}$ |
| 4 | $\{c, d, e, g\}$ |
| 5 | $\{a, c, d, e, g\}$ |
| 6 | $\{c, e, f, g\}$ |
| 7 | $\{a, b, c, d, e, g\}$ |
| 8 | $\{a, b, c, e, f\}$ |
| 9 | $\{a, c, d, e, f, g\}$ |
| 10 | $\{a, b, c, f, g\}$ |
| 11 | $\{a, c, d, e, g\}$ |
| 12 | $\{a, b, e, f\}$ |
| 13 | $\{a, b, c, e, f, g\}$ |
| 14 | $\{c, d, f, g\}$ |
| 15 | $\{a, c, d, e, f, g\}$ |
| 16 | $\{b, c, d, e, f\}$ |
| 17 | $\{a, b, c, e, g\}$ |
| 18 | $\{b, d, e, g\}$ |
| 19 | $\{a, c, d, e, g\}$ |
| 20 | $\{b, c, e, f\}$ |

Table 20: Transaktionsdaten zur Aufgabe 9

| TID | Waren |
|---|---|
| 1 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 2 | $\{b, c, d\}$ |
| 3 | $\{a, b, d, e\}$ |
| 4 | $\{a, c, d, e\}$ |
| 5 | $\{b, c, d, e\}$ |
| 6 | $\{b, d, e\}$ |
| 7 | $\{c, d\}$ |
| 8 | $\{a, b, c\}$ |
| 9 | $\{a, d, e\}$ |
| 10 | $\{b, d\}$ |

Table 21: Transaktionsdaten zur Aufgabe 10

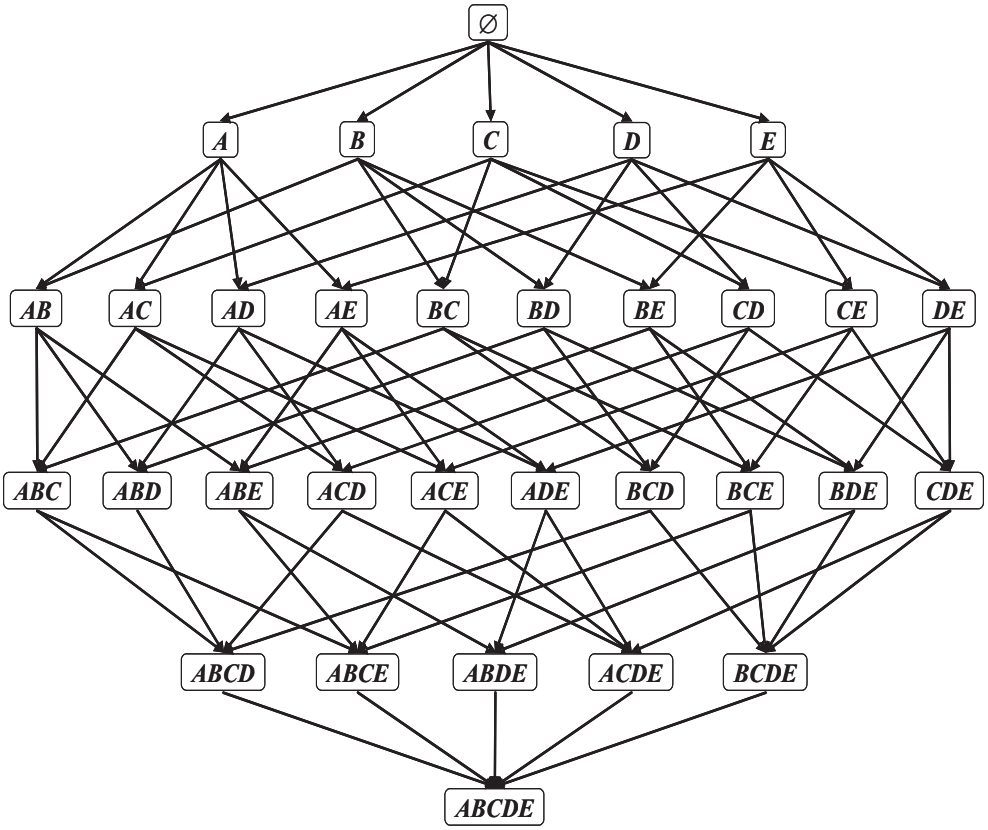



Figure 8: Itemset Verband zu Aufgabe 8

(a) Geben Sie die Kontingenz-Tabelle für nachfolgende Regeln unter Verwendung der Transaktionsdaten in Tabelle 21 an:

i. $b \rightarrow c$
ii. $a \rightarrow d$
iii. $b \rightarrow d$
iv. $e \rightarrow c$
v. $c \rightarrow a$

(b) Verwenden Sie die Kontingents-Tabellen aus Aufgabe (a), um die folgenden "Interessantheits-Maße" fr diese Regeln zu ermitteln! Stellen Sie ein Ranking der Regeln bezüglich dieser Maße auf!

i. Support
ii. Konfidenz
iii. Interest Faktor
iv. Korrelation ($\phi$- Koeffizient)
v. Interest Support (IS)
vi. Odds Ratio ($\alpha$ - Koeffizient)

(c) Ermitteln Sie die Korrelation zwischen dem Ranking bezüglich der Konfidenz und dem der anderen fünf Maßen!

Welches dieser Maße korreliert am besten mit den Konfidenz?

| | | | $A$ | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 0 |
| $C = 0$ | $B$ | 1 | 0 | 15 |
| | | 0 | 15 | 30 |
| $C = 1$ | $B$ | 1 | 5 | 0 |
| | | 0 | 0 | 15 |

Table 22: Kontingenz-Tabelle zu Aufgabe 12

11. Gegeben seien Transaktionsdaten von 100 Transaktionen mit 20 Items. Der Support für Item $a$ sei 0.25, der Support für Item $b$ sei 0.9 und der Support für das Itemset $\{a, b\}$ sei 0.2. Der Midnestsupport sei $minsup = 0.1$ und die Mindestkonfidenz sei $minconf = 0.6$.

    (a) Ermitteln Sie die Konfidenz der Assoziations-Regel $\{a\} \rightarrow \{b\}$ ! Ist diese Regel interessant bezüglich der geforderten Mindestkonfidenz?

    (b) Ermitteln Sie das Lift-Maß des Assoziations-Patterns $\{a, b\}$. In welcher Weise sind $a$ und $b$ voneinander abhängig?

    (c) Welche Schlussfolgerung sollte man aus den Ergebnissen der Aufgaben (a) und (b) ziehen?

12. Tabelle 22 ist eine $2 \times 2 \times 2$ Kontingenz-Tabelle für die binären Variablen $A$ und $B$ bei verschiedenen Werten eine Steuer-Variable $C$.

    (a) Ermitteln Sie den $\varphi$-Koeffizienten von $A$ und $B$ für $C = 0$, $C = 1$, und $C = 0$ *oder* 1.

    (b) Was sollte man aus diesem Beispiel schlussfolgern?

13. Man betrachte das Verhältnis von Käufern von Fernsehern der Sorte High Definition Television (HDTV) und Fitness-Geräten (FG) in den Tabellen 23 and 24.

| HDTV Käufer | FG Käufer ja | FG Käufer nein | |
|---|---|---|---|
| ja | 99 | 81 | 180 |
| nein | 54 | 66 | 120 |
| | 153 | 147 | 300 |

Table 23: Verhältnis von Käufern von HDTV und FG zu Aufgabe 13

| Kunden-gruppe | HDTV Käufer | FG Käufer ja | FG Käufer nein | total |
|---|---|---|---|---|
| Studenten | ja | 1 | 9 | 10 |
| | nein | 4 | 30 | 34 |
| Berufstätige | ja | 98 | 72 | 170 |
| | nein | 50 | 36 | 86 |

Table 24: Verhältnis von Käufern von HDTV und FG zu Aufgabe 13

(a) Ermitteln Sie die Odds Ratio Maße (die $\alpha$ Koeffizienten) für beide Tabellen.

(b) Ermitteln Sie die Korrelationen (die $\varphi$ Koeffizienten) für beide Tabellen.

(c) Ermitteln Sie die Lift - Maße für beide Tabellen.

Beschreiben Sie für jedes der o.g. Maße, wie sich die Assoziationen durch die gemeinsame Betrachtung aller Kunden gegenüber den separaten Betrachtung von Studenten und Berufstätigen qualitativ ändert.

# 4 Cluster-Analyse

1. Gegeben sei ein Datensatz mit $m$ Datenobjekten (DO) und $K$ Clustern.

   - Die Hälfte der DO und Cluster befinde sich in einer "dichteren Region".
   - Die (andere) Hälfte der DO und Cluster befinde sich in einer "weniger dichten" Region.
   - Bei Regionen sind wohl separiert voneinander.

   Wie sollten die Centroiden angeordnet sein, um $K$ Cluster mit minimalem "sum of the squared error" (SSE) zu finden:

   (a) Es sollten in jeder der Regionen gleich viele Centroiden angeordnet werden.

   (b) Es sollten mehr Centroiden in der weniger dichten Region angeordnet werden.

   (c) Es sollten mehr Centroiden in der dichteren Region angeordnet werden.

2. Man betrachte den Centroiden eines Clusters mit DO eines binären Transaktions-Datensatzes. Ein DO repräsentiert eine Transaktion.

   (a) Welchen minimal- und Maximalwert kann eine Komponente (Attribut) des Centroiden haben?

   (b) Was ist die Interpretation der Komponenten des Centroiden?

   (c) Welche der Komponenten charakterisieren die DO (Transaktionen) am besten?

3. Man konstruiere ein Beispiel mit drei natrlichen Clustern, die durch K-means (fast immer) gefunden werden, aber durch biscting K-means nicht.

4. Der totale SSE (sum of squared error) ist die Summer der SSEs über alle Attribute.

   (a) Was bedeutet es, wenn der SSE fr ein Attribut in allen Clustern klein ist?

   (b) Was bedeutet es, wenn der SSE fr ein Attribut in einem Cluster klein ist, in allen anderen Clustern jedoch nicht?

   (c) Was bedeutet es, wenn der SSE fr ein Attribut in allen Clustern groß ist?

   (d) Was bedeutet es, wenn der SSE fr ein Attribut in einem Cluster groß ist, in allen anderen jedoch nicht?

   (e) Wie kann man diese Information über die Attribute nutzen, um das Clustering zu verbessern?

5. Eine Abart des sogenannten “Leader” Algorithmus sei wie folgt definiert:

   Jedes Cluster sei durch ein DO (seinen Leader) definiert. Jedes andere DO wird dem Cluster des nächstgelegenen Leaders zugeordnet, es sei denn, der Abstand zu selbigen überschreitet einen (nutzerdefinierten) Schwellwert. In diesem Fall wird ein solches DO zum Leader eines neuen Clusters erklärt.

   Man diskutiere Vor- und Nachteile dieses Algorithmus gegenüber K-means!

6. Eine Voronoi-Diagramm für $K$ Punkte (Centroiden) in einer Ebene ist eine Partitionierung aller Punkte dieser Ebene in $K$ Regionen, bei welcher jeder Punkt der Ebene derjenigen Region zugeordnet ist, zu dessen Centroiden er den gerongsten Abstand hat (siehe Abbildung 9).

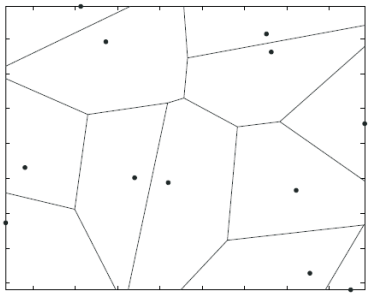


Figure 9: Voronoi Diagram zu Aufgabe 6

   (a) In welchem Zusammenhang stehen derartige Voronoi-Diagramme und K-means Cluster?

   (b) Was kkann man aus den Voronoi-Diagrammen bzgl. der Form der entstehenden K-means Cluster ableiten?