Rechnerorganisation – 4. Vorlesung

Mathematische Grundlagen (1)
Boolesche Algebren: BMA, BAA (2,3)
Kombinatorische Schaltungen (4,5)
Automaten (6,7)
Sequentielle Schaltungen (8)
Programmierbare Strukturen (9)
Rechneraufbau und ~funktion (10,11)
Informationskodierung (12,13,14)

Weitere Aufgaben zum Selbststudium

Technische Informatik / Rechnerorganisation

Übungsaufgaben zu Gleichungen und Normalformen

Aufgabe 1

Bestimmen Sie zu folgender booleschen Gleichung die Wertetabelle und daraus die KDNF.

$$y = (x_2 \rightarrow x_1)\,(x_3 \leftrightarrow x_0)$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu der booleschen Gleichung aus Aufgabe 1 die KDNF mittels wertverlaufsgleicher Umformung.

Aufgabe 3

Gegeben sind folgende Normalformen:

$$y_1 = (x_2\,\overline{x_1}\,x_0 \vee x_2\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0})$$

$$y_2 = (x_2 \vee x_1 \vee x_0)\,(\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_0)\,(x_1 \vee x_1 \vee \overline{x_0})$$

$$y_3 = (x_1\,\overline{x_0} \vee x_1)$$

$$y_4 = \overline{\overline{x_1}\,\overline{x_0}\,x_2\,\overline{x_1}}$$

Erstellen Sie eine Wertetabelle und bestimmen Sie die Funktionsindizes als Hexadezimalzahl.

Zuletzt geändert: Mittwoch, 6. Ju

◄ Gleichungen und Norma

https://moodle2.tu-ilmenau.de/course/view.php?id=1576

Elementarkonjunktion k_3 => KDNF

- $\overline{0} \wedge 1 \wedge 1 = 1$
- $X_3 = \quad [\,0\,,\ldots,\,0,\,1,\,1]$
- $k_3 = \overline{x_{n-1}} \wedge \ldots \wedge x_1 \wedge x_0$
- $h_i = y_1 = k_3 \vee k_5 \vee k_6 \vee k_7$

$W(k_3, X_i) = 1$ falls $i = 3$

$W(k_3, X_i) = 0$ falls $i \neq 3$

h_i in KDNF

- KDNF = Disjunktion von Elementarkonjunktionen

Elementardisjunktion d_2 => KKNF

- $0 \vee \overline{1} \vee 0 = 0$
- $\mathbf{X_2} = [0, \dots, 0, 1, 0]$
- $d_2 = x_{n-1} \vee \dots \vee \overline{x_1} \vee x_0$

$W(d_2, X_i) = 0$ falls $i = 2$

$W(d_2, X_i) = 1$ falls $i \neq 2$

- $h_i = d_0 \wedge d_1 \wedge d_2 \wedge d_4$ h_i in KKNF
- KKNF = Konjunktion von Elementardisjunktionen

KKNF => KDNF

- Für vollständig bestimmte Funktionen gilt:

$$\overline{I^0} = I^1$$

- Index für d: $\in I^0 \longrightarrow$ (Ausgang y=0)

  $h_i = d_0 \wedge d_1 \wedge d_2 \wedge d_4$

- Index für k: $\in I^1 \longrightarrow$ (Ausgang y=1)

  $h_i = k_3 \vee k_5 \vee k_6 \vee k_7$

i	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Kürzungsregel

x2&x1&/x0 + x2&x1&x0 = x2&x1 … disjunktive Form

(/x2+x1+x0) & (x2+x1+x0) = (x1+x0) … konjunktive Form

Kürzen

Erweitern

Kürzen ⇔ Erweitern

$$
\begin{aligned}
h(x) &= k_{10} \vee k_{11} \vee k_{15} \vee k_{13} \vee k_9 \vee k_7 \vee k_6 \vee k_{14} \\
&= x_3\,\overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0} \vee x_3\,\overline{x_2}\,x_1\,x_0 \\
&\vee x_3\,x_2\,x_1\,x_0 \vee \boxed{x_3\,x_2\,\overline{x_1}\,x_0} \\
&\vee \boxed{x_3\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0} \vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1\,x_0} \\
&\vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1\,\overline{x_0}} \vee x_3\,x_2\,x_1\,\overline{x_0}
\end{aligned}
$$

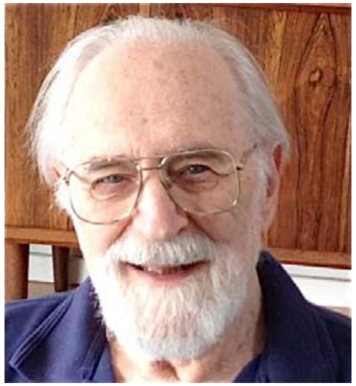
$$h(x) = x_3\,\overline{x_2}\,x_1 \vee x_3\,x_2\,x_0 \vee x_2\,x_1\,\overline{x_0} \vee \boxed{x_3\,\overline{x_1}\,x_0} \vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1}$$

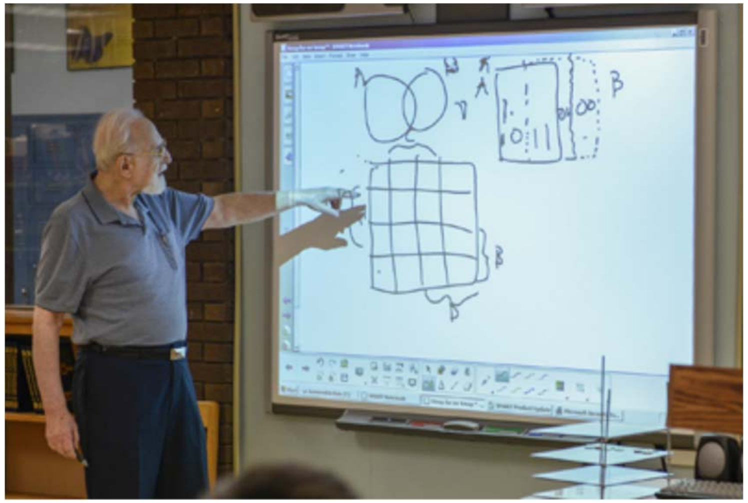
$$h(x) = x_3\,x_0 \vee x_3\,x_1 \vee x_2\,x_1$$

Karnaugh-Veitch-Diagramme

- 1952 von **Edward W. Veitch** (04.11.1924 – 23.12.2013) entworfen
- 1953 von **Maurice Karnaugh** (04.10.1924) zu seiner heutigen Form weiterentwickelt

- Karnaugh-Veitch-Diagramm,
- Karnaugh-Plan,
- KV-Diagramm





www.ithistory.org

Karnaugh-Veitch-Diagramme

Kürzungsregel

benachbarte Belegungen

[1,1,1][0,1,1]

... unterscheiden sich in genau 1Bit

benachbarte Ausdrücke (r=2)

hi=x2*x1*x0+/x2*x1*x0

$$h_i(x) \underset{0}{=} x_r \, h_i(x) \vee \overline{x_r} \, h_i(x)$$

in genau einer Variablen (negiert)

Karnaugh-Veitch-Diagramme

Kürzungsregel

benachbarte Belegungen

[1,1,1][0,1,1]

... unterscheiden sich in genau 1Bit

benachbarte Ausdrücke (r=2)

hi=x2*x1*x0+/x2*x1*x0

= x1*x0

in genau einer Variablen (negiert)

Karnaugh-Veitch-Diagramme

benachbarte Belegungen

grafisch so anordnen, dass Nachbarn nebeneinander liegen, Matrix, Nachbarschaft je Spalte

und je Zeile

Funktionswerte

$$\begin{array}{cc|cccc}
 & x_0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
y_k & x_1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
x_3 & x_2 & & & & \\
\hline
0 & 0 & \lambda(X_0) & \lambda(X_1) & \lambda(X_3) & \lambda(X_2) \\
0 & 1 & \lambda(X_4) & \lambda(X_5) & \lambda(X_7) & \lambda(X_6) \\
1 & 1 & \lambda(X_{12}) & \lambda(X_{13}) & \lambda(X_{15}) & \lambda(X_{14}) \\
1 & 0 & \lambda(X_8) & \lambda(X_9) & \lambda(X_{11}) & \lambda(X_{10})
\end{array}$$

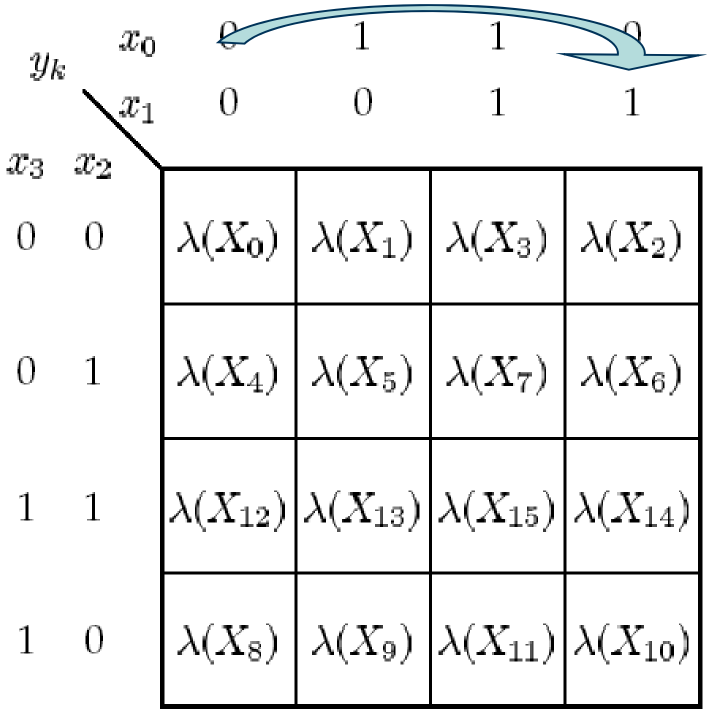
Karnaugh-Veitch-Diagramme

benachbarte Belegungen

grafisch so anordnen, dass Nachbarn nebeneinander liegen, Matrix, Nachbarschaft je Spalte

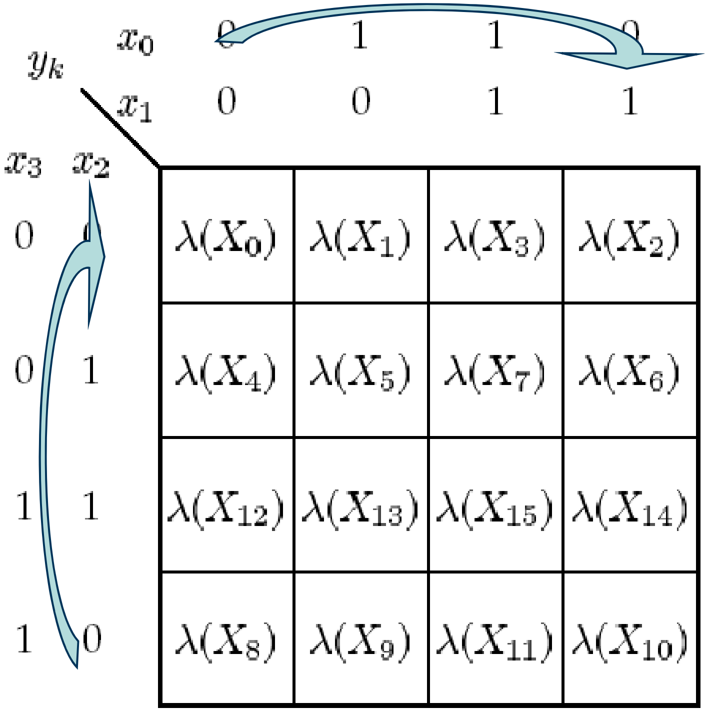
und je Zeile

Funktionswerte



$$\begin{array}{cc|c|c|c|c|}
y_k & x_0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 & x_1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
x_3 & x_2 & & & & \\
\hline
0 & 0 & \lambda(X_0) & \lambda(X_1) & \lambda(X_3) & \lambda(X_2) \\
\hline
0 & 1 & \lambda(X_4) & \lambda(X_5) & \lambda(X_7) & \lambda(X_6) \\
\hline
1 & 1 & \lambda(X_{12}) & \lambda(X_{13}) & \lambda(X_{15}) & \lambda(X_{14}) \\
\hline
1 & 0 & \lambda(X_8) & \lambda(X_9) & \lambda(X_{11}) & \lambda(X_{10}) \\
\hline
\end{array}$$

Karnaugh-Veitch-Diagramme



	x_0	0	1	1	0
y_k	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	$\lambda(X_0)$	$\lambda(X_1)$	$\lambda(X_3)$	$\lambda(X_2)$
0	1	$\lambda(X_4)$	$\lambda(X_5)$	$\lambda(X_7)$	$\lambda(X_6)$
1	1	$\lambda(X_{12})$	$\lambda(X_{13})$	$\lambda(X_{15})$	$\lambda(X_{14})$
1	0	$\lambda(X_8)$	$\lambda(X_9)$	$\lambda(X_{11})$	$\lambda(X_{10})$

benachbarte Belegungen

grafisch so anordnen, dass Nachbarn

nebeneinander liegen, Matrix,

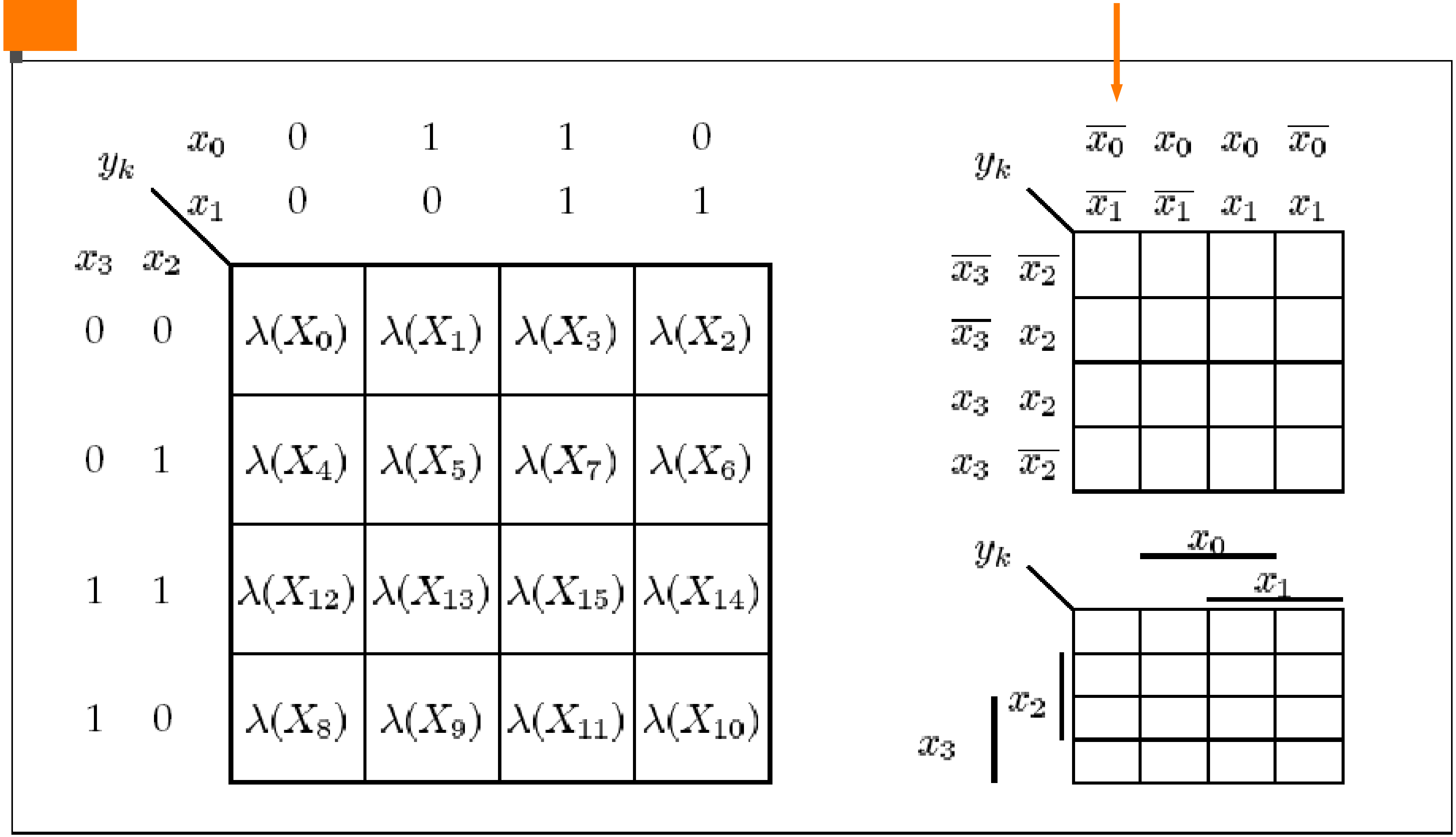
Nachbarschaft je Spalte

und je Zeile

Funktionswerte

Karnaugh-Veitch-Diagramme

Weitere Darstellungen, (nur für DNF)

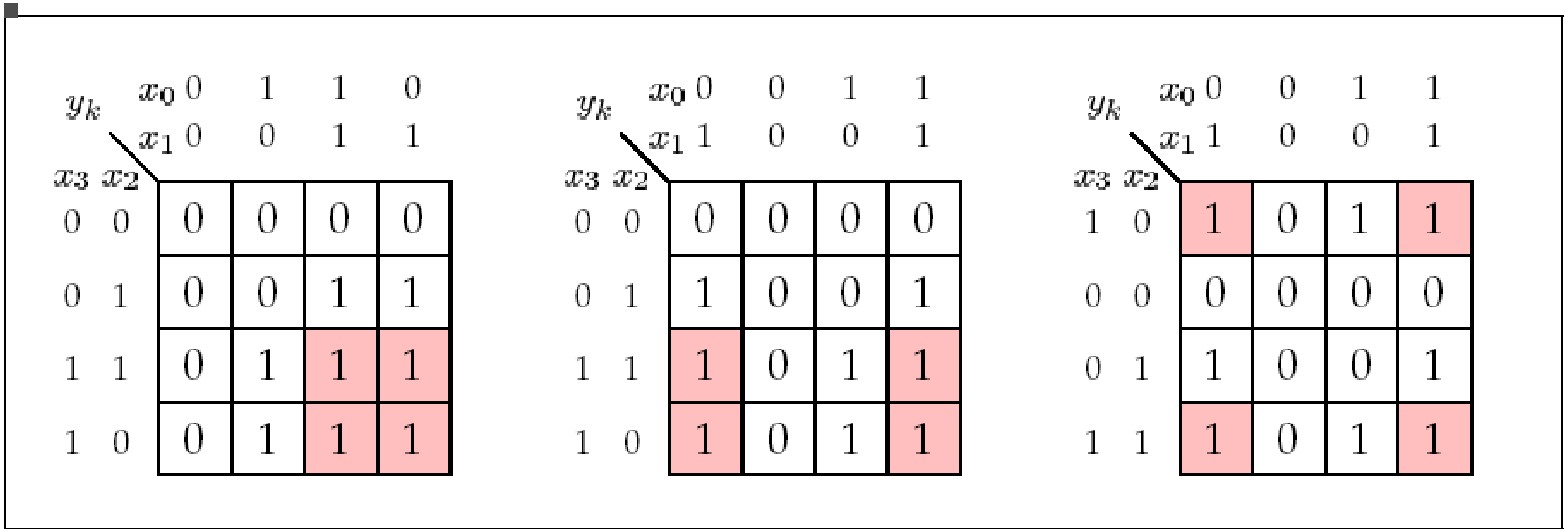


y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	$\lambda(X_0)$	$\lambda(X_1)$	$\lambda(X_3)$	$\lambda(X_2)$
0	1	$\lambda(X_4)$	$\lambda(X_5)$	$\lambda(X_7)$	$\lambda(X_6)$
1	1	$\lambda(X_{12})$	$\lambda(X_{13})$	$\lambda(X_{15})$	$\lambda(X_{14})$
1	0	$\lambda(X_8)$	$\lambda(X_9)$	$\lambda(X_{11})$	$\lambda(X_{10})$

Karnaugh-Veitch-Diagramme

Andere Randbezeichnung

(jeweils der gleiche 4er Block k_{10}, k_{11}, k_{14}, k_{15})



y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

y_k	x_0	0	0	1	1
	x_1	1	0	0	1
x_3	x_2				
0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1

y_k	x_0	0	0	1	1
	x_1	1	0	0	1
x_3	x_2				
1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1

Kürzen ⇔ Erweitern

Kürzen

$$h(x) = k_{10} \vee k_{11} \vee k_{15} \vee k_{13} \vee k_9 \vee k_7 \vee k_6 \vee k_{14}$$

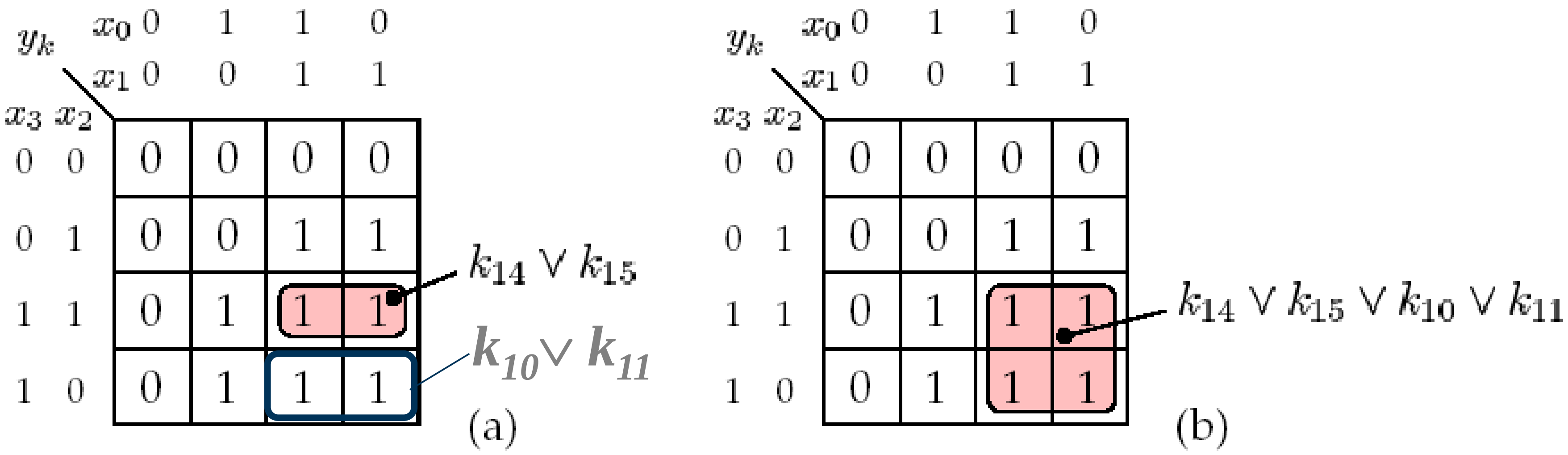
$$\begin{aligned} &= x_3\,\overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0} \vee x_3\,\overline{x_2}\,x_1\,x_0 \\ &\vee x_3\,x_2\,x_1\,x_0 \vee \boxed{x_3\,x_2\,\overline{x_1}\,x_0} \\ &\vee \boxed{x_3\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0} \vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1\,x_0} \\ &\vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1\,\overline{x_0}} \vee x_3\,x_2\,x_1\,\overline{x_0} \end{aligned}$$

$$h(x) = x_3\,\overline{x_2}\,x_1 \vee x_3\,x_2\,x_0 \vee x_2\,x_1\,\overline{x_0} \vee \boxed{x_3\,\overline{x_1}\,x_0} \vee \boxed{\overline{x_3}\,x_2\,x_1}$$

$$h(x) = x_3\,x_0 \vee x_3\,x_1 \vee x_2\,x_1$$

Karnaugh-Veitch-Diagramme

Gleiches Beispiel - andere Kürzung



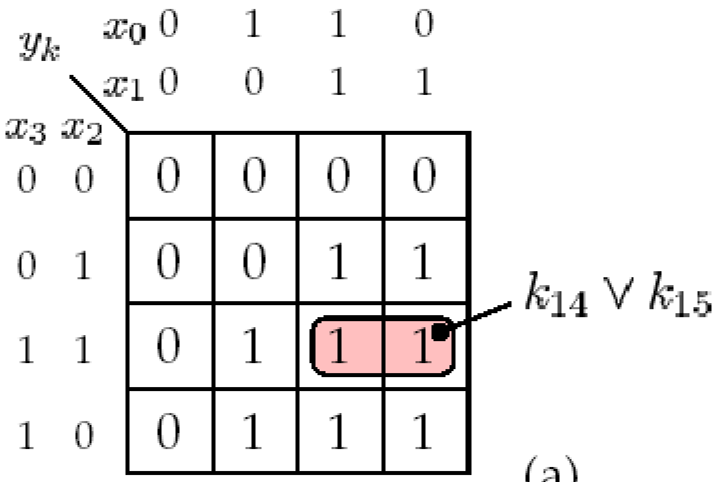
x_3	x_2 \ x_0 / x_1	0 / 0	1 / 0	1 / 1	0 / 1
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

x3*x1

Im 4-er Block sind die Variablen x3 und x1 konstant mit „1“ belegt,
x2 und x0 ändern sich
=> x2 und x0 werden gekürzt

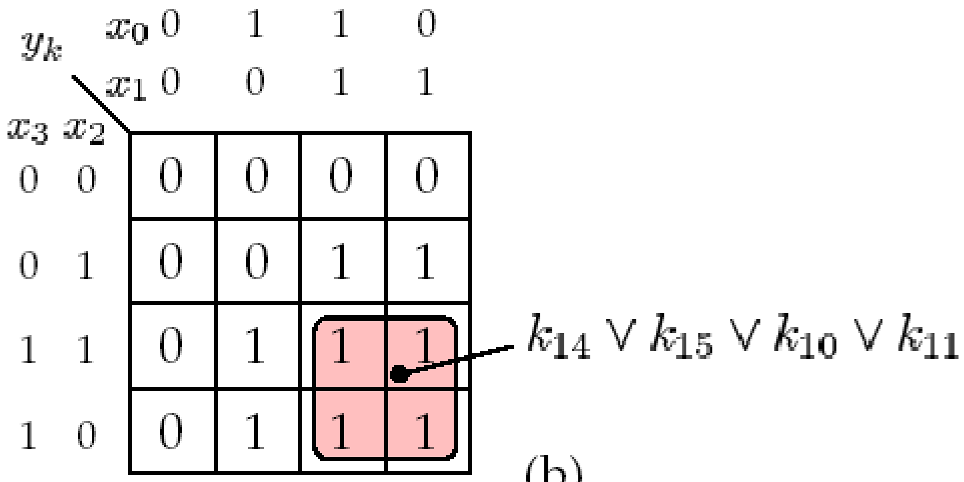
TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Karnaugh-Veitch-Diagramme



y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

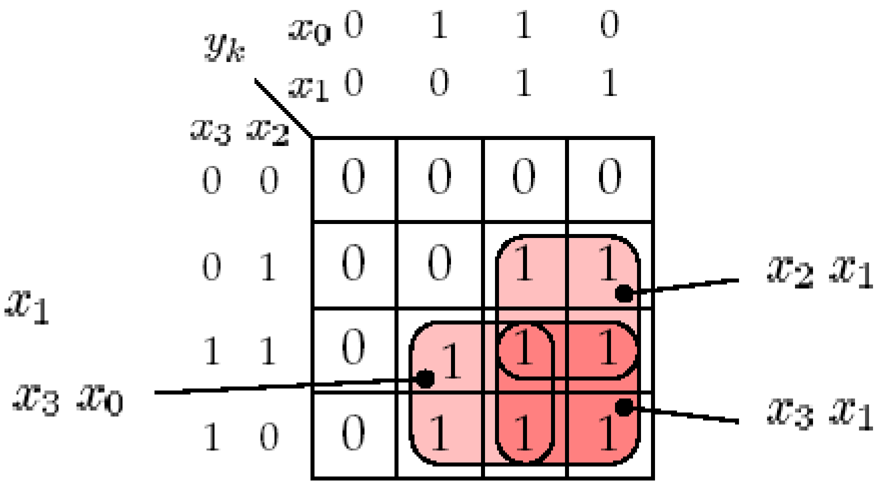
(a)



y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

(b)

$$h(x) = x_3\, x_0 \vee x_3\, x_1 \vee x_2\, x_1$$

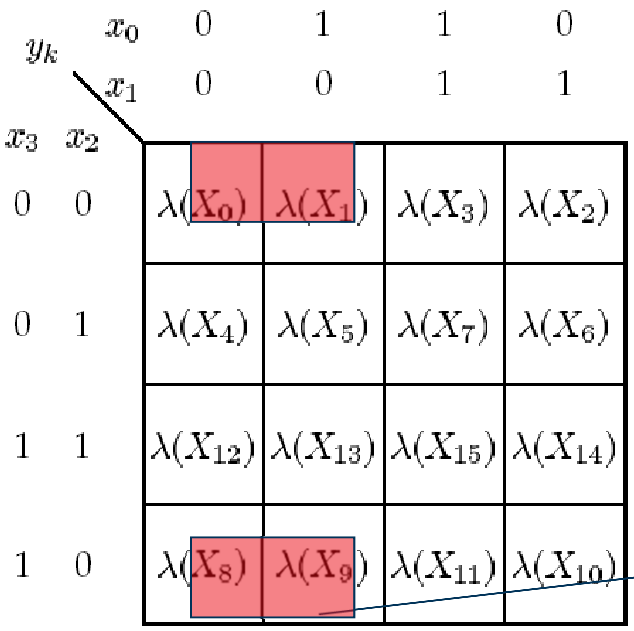


y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1

Karnaugh-Veitch-Diagramme

benachbarte Belegungen können gekürzt werden

Kürzung:



y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	$\lambda(X_0)$	$\lambda(X_1)$	$\lambda(X_3)$	$\lambda(X_2)$
0	1	$\lambda(X_4)$	$\lambda(X_5)$	$\lambda(X_7)$	$\lambda(X_6)$
1	1	$\lambda(X_{12})$	$\lambda(X_{13})$	$\lambda(X_{15})$	$\lambda(X_{14})$
1	0	$\lambda(X_8)$	$\lambda(X_9)$	$\lambda(X_{11})$	$\lambda(X_{10})$

1 Variable => 2er Block

2 Variable => 4er Block 🟥

3 Variable => 8er Block

4 Variable =>16er Block

…

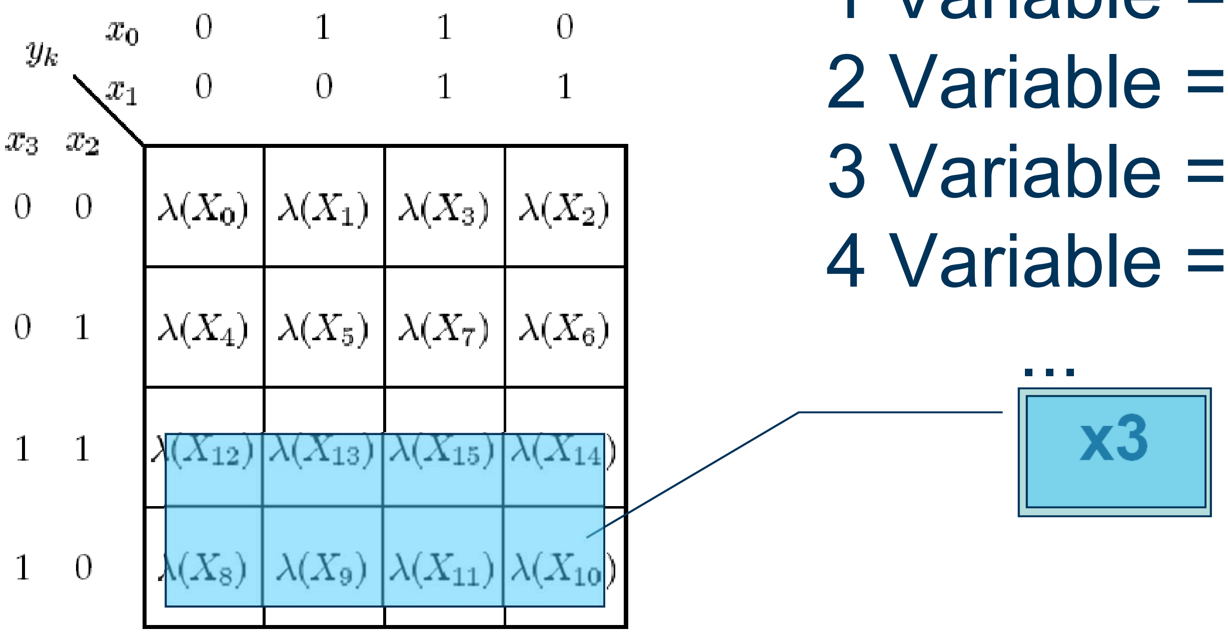
/x2 /x 1

Karnaugh-Veitch-Diagramme

benachbarte Belegungen können gekürzt werden
Kürzung:

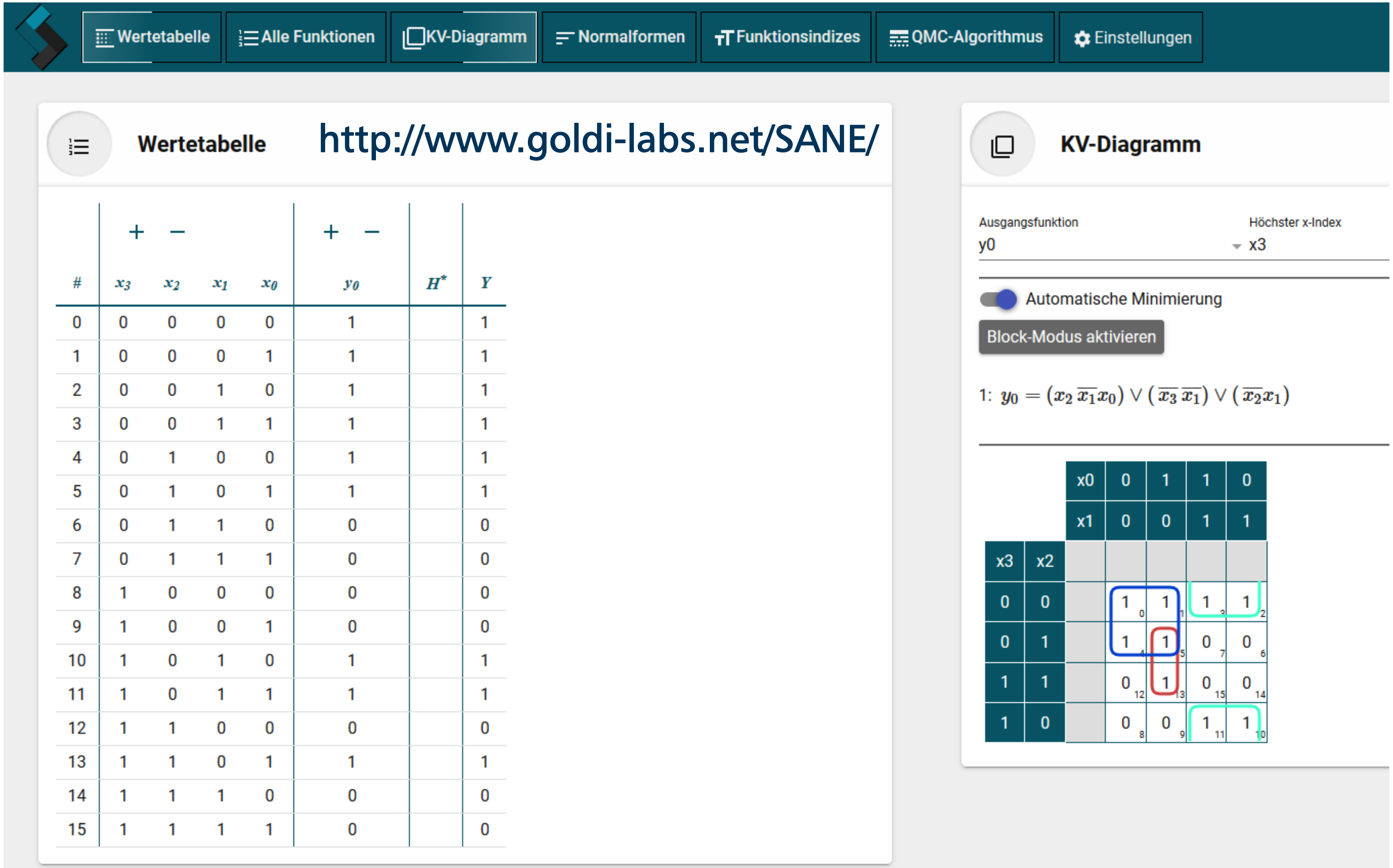
1 Variable => 2er Block
2 Variable => 4er Block
3 Variable => 8er Block 🟦
4 Variable =>16er Block

…



y_k	x_0	0	1	1	0
	x_1	0	0	1	1
x_3	x_2				
0	0	$\lambda(X_0)$	$\lambda(X_1)$	$\lambda(X_3)$	$\lambda(X_2)$
0	1	$\lambda(X_4)$	$\lambda(X_5)$	$\lambda(X_7)$	$\lambda(X_6)$
1	1	$\lambda(X_{12})$	$\lambda(X_{13})$	$\lambda(X_{15})$	$\lambda(X_{14})$
1	0	$\lambda(X_8)$	$\lambda(X_9)$	$\lambda(X_{11})$	$\lambda(X_{10})$

Karnaugh-Veitch-Diagramme



Wertetabelle

http://www.goldi-labs.net/SANE/

#	x_3	x_2	x_1	x_0	y_0	H^*	Y
0	0	0	0	0	1		1
1	0	0	0	1	1		1
2	0	0	1	0	1		1
3	0	0	1	1	1		1
4	0	1	0	0	1		1
5	0	1	0	1	1		1
6	0	1	1	0	0		0
7	0	1	1	1	0		0
8	1	0	0	0	0		0
9	1	0	0	1	0		0
10	1	0	1	0	1		1
11	1	0	1	1	1		1
12	1	1	0	0	0		0
13	1	1	0	1	1		1
14	1	1	1	0	0		0
15	1	1	1	1	0		0

KV-Diagramm

Ausgangsfunktion: y0

Höchster x-Index: x3

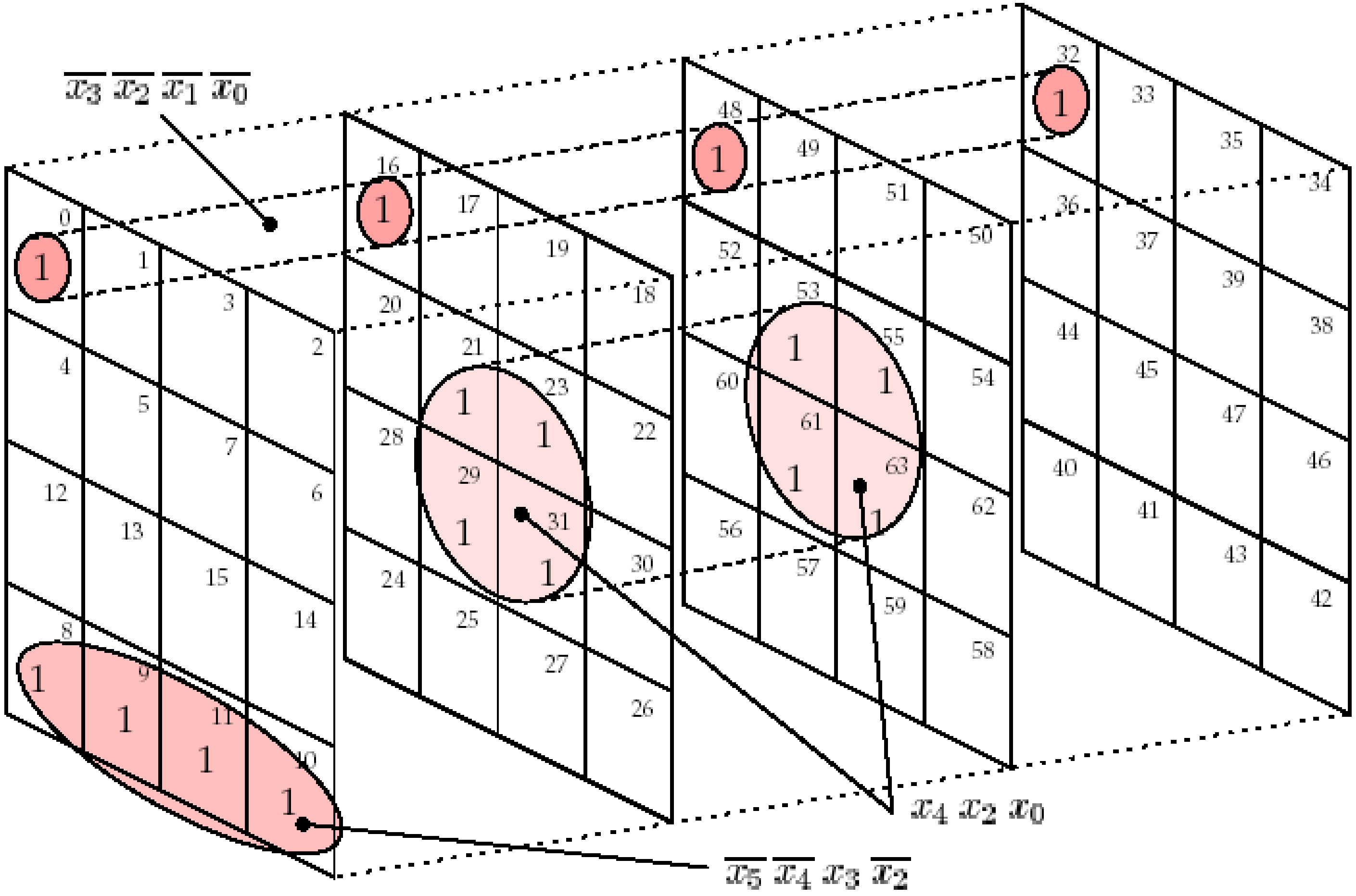
☑ Automatische Minimierung

1: $y_0 = (x_2\,\overline{x_1}x_0) \vee (\overline{x_3}\,\overline{x_1}) \vee (\overline{x_2}x_1)$

		x0	0	1	1	0
		x1	0	0	1	1
x3	x2					
0	0		1 $_{0}$	1 $_{1}$	1 $_{3}$	1 $_{2}$
0	1		1 $_{4}$	1 $_{5}$	0 $_{7}$	0 $_{6}$
1	1		0 $_{12}$	1 $_{13}$	0 $_{15}$	0 $_{14}$
1	0		0 $_{8}$	0 $_{9}$	1 $_{11}$	1 $_{10}$

Karnaugh-Veitch-Diagramme

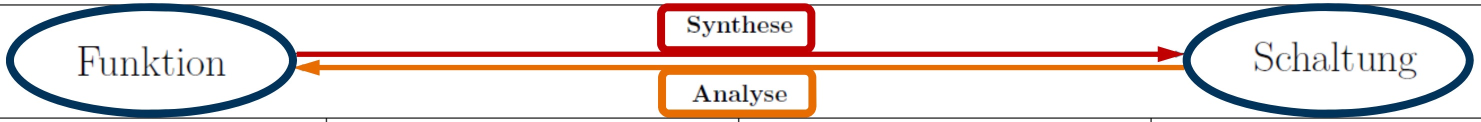
6 Variable



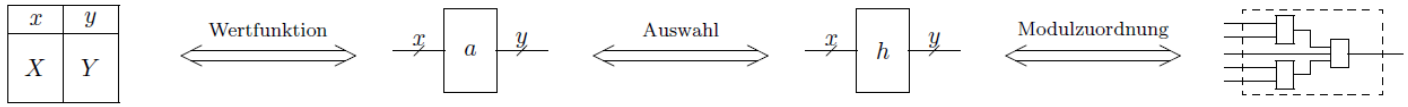
Rechnerorganisation – 4. Vorlesung

Mathematische Grundlagen (1)
Boolesche Algebren: BMA, BAA (2,3)
Kombinatorische Schaltungen (4,5)
Automaten (6,7)
Sequentielle Schaltungen (8)
Programmierbare Strukturen (9)
Rechneraufbau und ~funktion (10,11)
Informationskodierung (12,13,14)

Elementare Strukturen



BMA	BAA	BAA	Struktur
$\lambda:\ X(x) \Rightarrow Y(y)$	$y = a(x,g)$ $h^*(x)$	$y \underset{*}{=} h(x)$	$S = [M, x, p, y, æ]$



Wertetabelle mit $\|X\| + \|Y\|$ Spalten und $2^{\|x\|} = \|X\|$ Zeilen	Gleichungssystem aus $\|y\|$ Gleichungen und h^*	strukturorientiertes Gleichungssystem aus $\|y\|$ Gleichungen	Schaltungsstruktur aus gekoppelten Moduln

x_2	x_1	x_0	y_1	y_0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	g_0
1	1	1	*	*

$y_0 = k_0 \vee k_1 \vee k_4 \vee g_0 k_6$

$y_1 = k_0 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_5 \vee k_6$

$h^* = k_7$

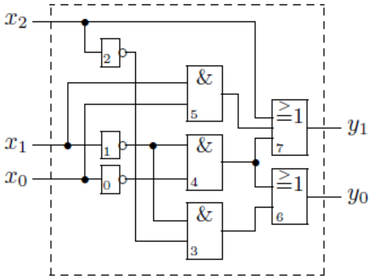
y_0	$\bar{x_1}\bar{x_0}$	$\bar{x_1}x_0$	x_1x_0	$x_1\bar{x_0}$
$\bar{x_2}$	1^{k_0}	1^{k_1}	0^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	0^{k_5}	$*^{k_7}$	$g_0^{k_6}$

y_1	$\bar{x_1}\bar{x_0}$	$\bar{x_1}x_0$	x_1x_0	$x_1\bar{x_0}$
$\bar{x_2}$	1^{k_0}	0^{k_1}	1^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	1^{k_5}	$*^{k_7}$	1^{k_6}

für $g_0 = 0$ ergibt sich:

$$y_{0_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\underbrace{\overline{x_1}}_{M^1}\ \overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{\overline{x_2}\ \overline{x_1}}_{M^3}}_{M^6}$$

$$y_{1_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\ \overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{x_1 x_0}_{M^5}}_{M^7}$$



$y_0 \underset{o}{=} y_{0_{min}} \qquad y_1 \underset{o}{=} y_{1_{min}}$

$M = \{M_0, M_1, \dots, M_7\}$

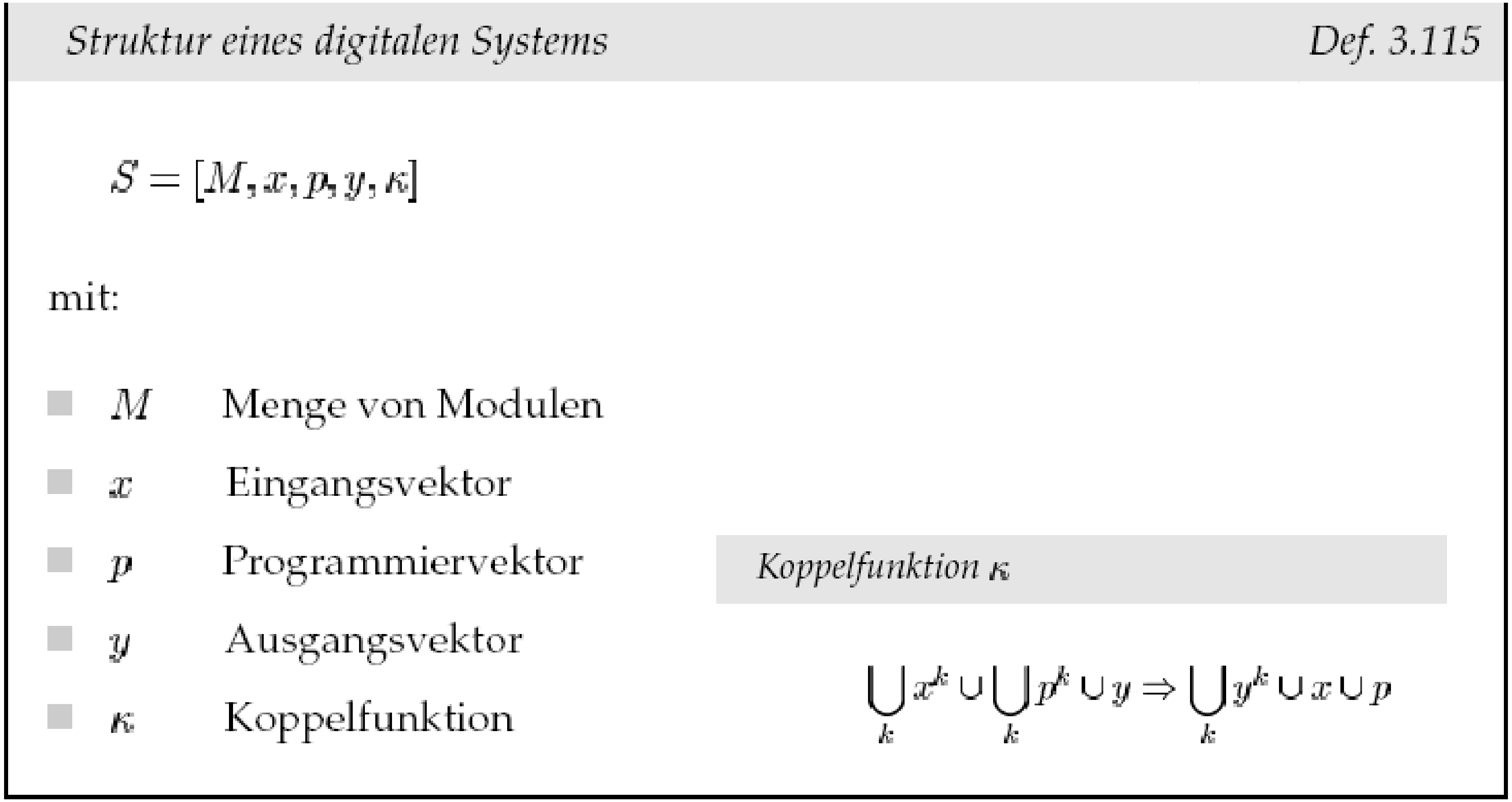
$x = [x_2, x_1, x_0]$

$p = \emptyset$

$y = [y_1, y_0]$

$æ(y_1) = y_0^7, \dots, æ(x_0^0) = x_0$

Strukturdefinition



Struktur eines digitalen Systems *Def. 3.115*

$$S = [M, x, p, y, \kappa]$$

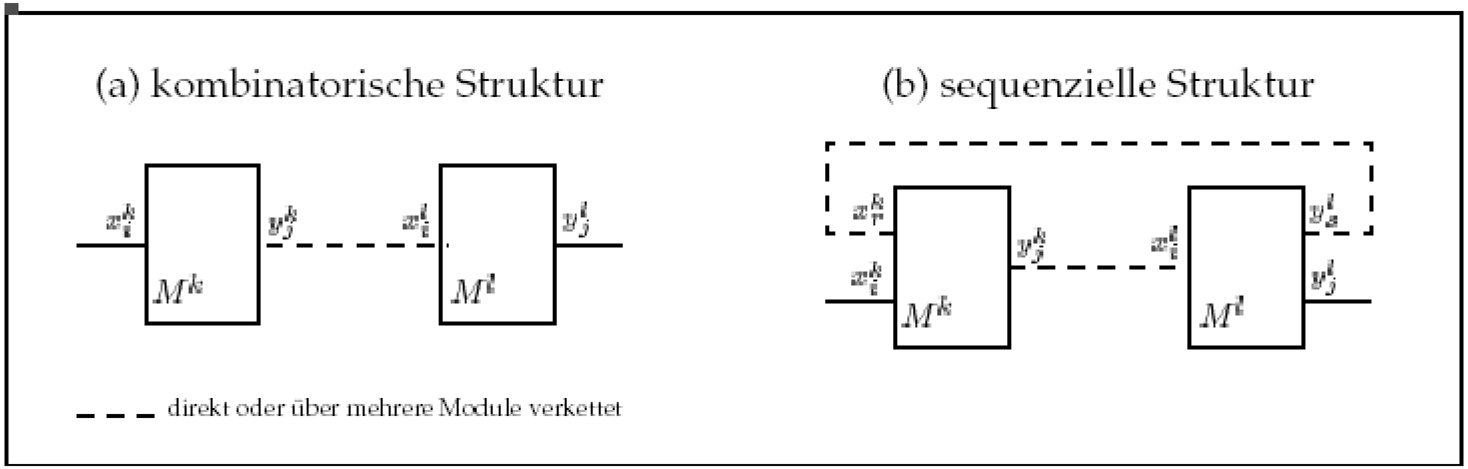
mit:

M	Menge von Modulen
x	Eingangsvektor
p	Programmiervektor
y	Ausgangsvektor
κ	Koppelfunktion

Koppelfunktion κ

$$\bigcup_k x^k \cup \bigcup_k p^k \cup y \Rightarrow \bigcup_k y^k \cup x \cup p$$

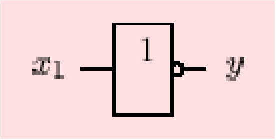
Kombinatorische Struktur



elementare Strukturen

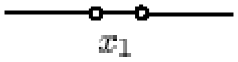
NOT

(Negation von x_1)



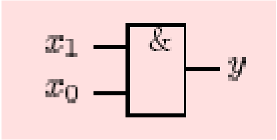
x_1	x_0	y_3
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

$\overline{x_1}$



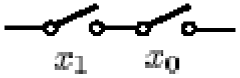
AND

(Konjunktion)



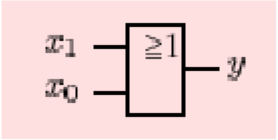
x_1	x_0	y_8
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$x_1\ x_0$



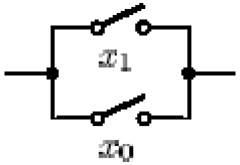
OR

(Disjunktion)



x_1	x_0	y_{14}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

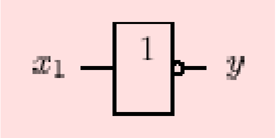
$x_1 \vee x_0$



Basissysteme

NOT

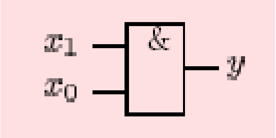
(Negation von x_1)



x_1	x_0	y_3
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

AND

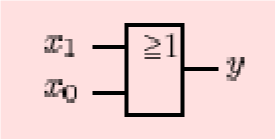
(Konjunktion)



x_1	x_0	y_8
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

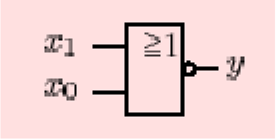
(Disjunktion)



x_1	x_0	y_{14}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOR

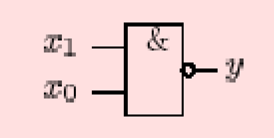
(not or)



x_1	x_0	y_1
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

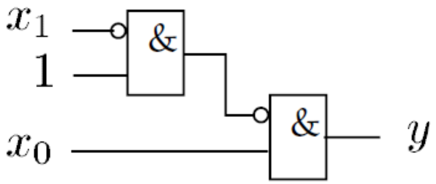
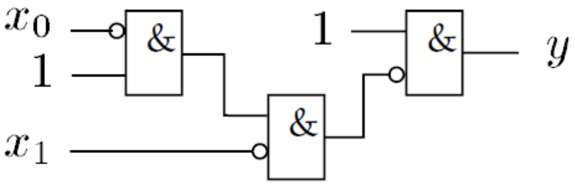
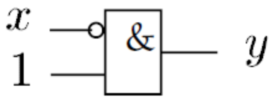
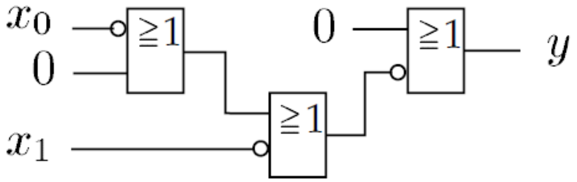
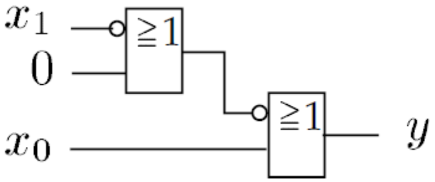
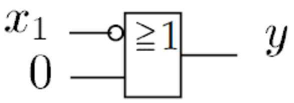
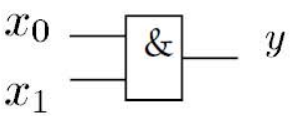
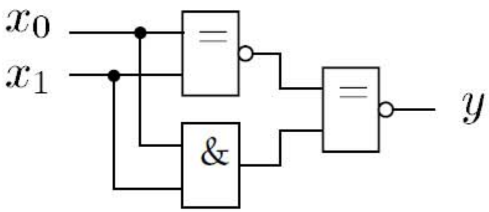
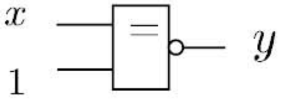
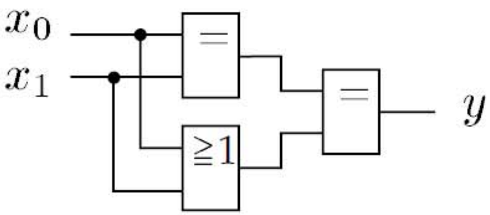
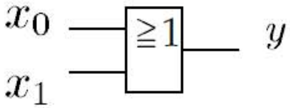
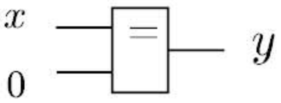
NAND

(not and)

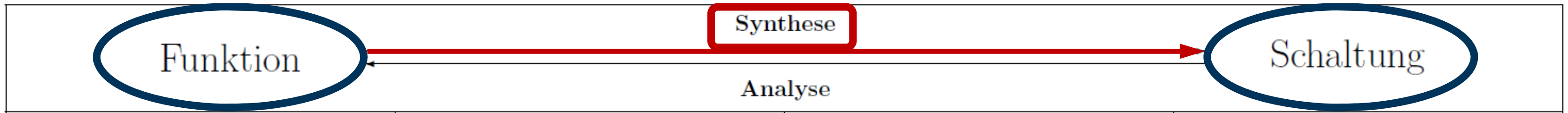


x_1	x_0	y_7
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

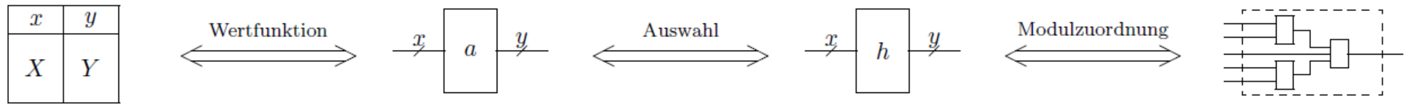
Basissysteme – weitere Beispiele

	UND	ODER	Negation
Inhibition, logisch »1«			
Implikation, logisch »0«			
Antivalenz, AND, logisch »1«			
Äquivalenz, OR, logisch »0«			

Struktursynthese



BMA	**BAA**	**BAA**	**Struktur**
$\lambda: \; X(x) \Rightarrow Y(y)$	$y = a(x,g)$ $h^*(x)$	$y \underset{*}{=} h(x)$	$S = [M, x, p, y, \ae]$



Wertetabelle	**Gleichungssystem**	**strukturorientiertes Gleichungssystem**	**Schaltungsstruktur**
mit $\vert X\vert + \vert Y\vert$ Spalten und $2^{\vert x\vert} = \vert X\vert$ Zeilen	aus $\vert y\vert$ Gleichungen und h^*	aus $\vert y\vert$ Gleichungen	aus gekoppelten Moduln

x_2	x_1	x_0	y_1	y_0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	g_0
1	1	1	*	*

$y_0 = k_0 \vee k_1 \vee k_4 \vee g_0 k_6$

$y_1 = k_0 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_5 \vee k_6$

$h^* = k_7$

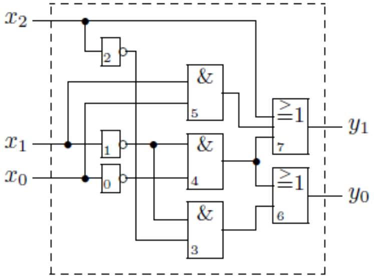
y_0	$\bar{x}_1\bar{x}_0$	$\bar{x}_1 x_0$	$x_1 x_0$	$x_1\bar{x}_0$
$\bar{x}_2$	1^{k_0}	1^{k_1}	0^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	0^{k_5}	$*^{k_7}$	$g_0^{k_6}$

y_1	$\bar{x}_1\bar{x}_0$	$\bar{x}_1 x_0$	$x_1 x_0$	$x_1\bar{x}_0$
$\bar{x}_2$	1^{k_0}	0^{k_1}	1^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	1^{k_5}	$*^{k_7}$	1^{k_6}

für $g_0 = 0$ ergibt sich:

$$y_{0_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\underbrace{\overline{x_1}}_{M^1}\,\overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{\overline{x_2}\,\overline{x_1}}_{M^3}}_{M^6}$$

$$y_{1_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{x_1 x_0}_{M^5}}_{M^7}$$



$y_0 \underset{\circ}{=} y_{0_{min}} \qquad y_1 \underset{\circ}{=} y_{1_{min}}$

$M = \{M_0, M_1, \ldots, M_7\}$

$x = [x_2, x_1, x_0]$

$p = \emptyset$

$y = [y_1, y_0]$

$\ae(y_1) = y_0^7, \ldots, \ae(x_0^0) = x_0$

Struktursynthese

- Syntaktische Struktur eines Ausdrucks
  ⇔ Modulstruktur der Schaltung

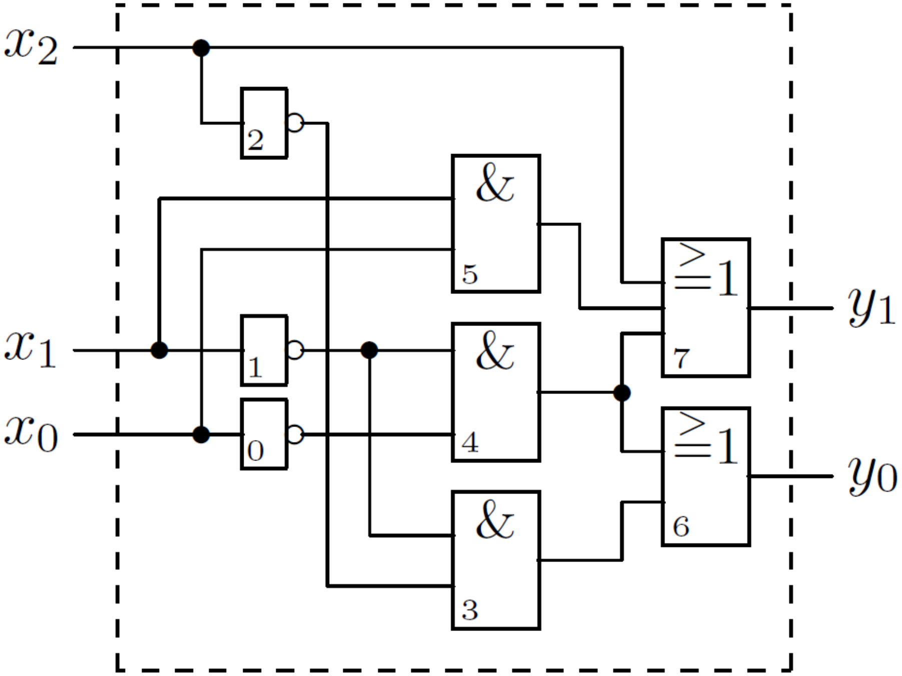
  strukturgleiche Schaltung
  ⇔ strukturgleicher Ausdruck

Struktursynthese

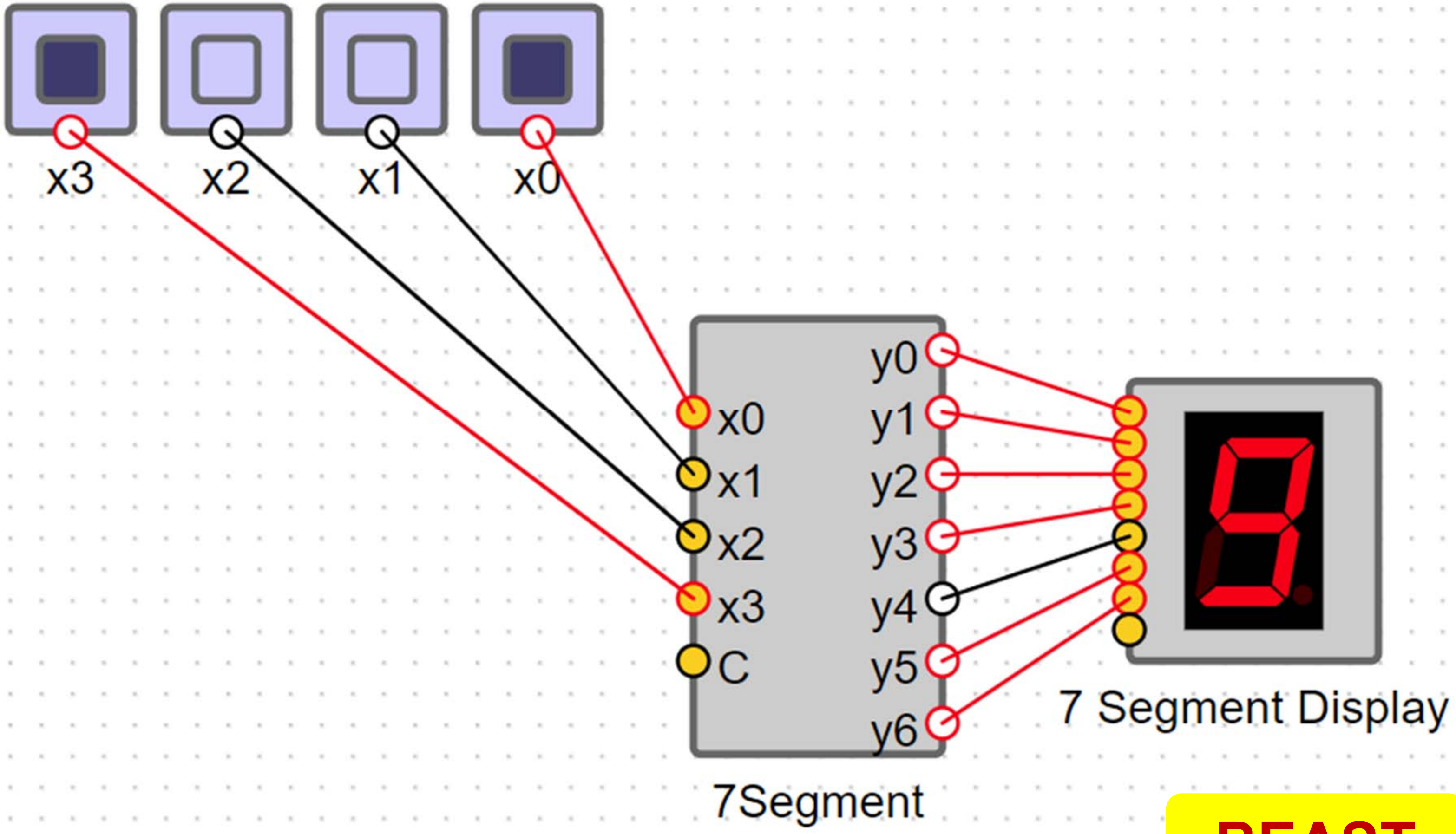
- strukturgleicher Ausdruck ⇔ strukturgleiche Schaltung

$$y0_{min} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\underbrace{\overline{x_1}}_{M^1}\;\overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{\overline{x_2}\;\overline{x_1}}_{M^3}}_{M^6}$$

$$y1_{min} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\;\overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{x_1 x_0}_{M^5}}_{M^7}$$

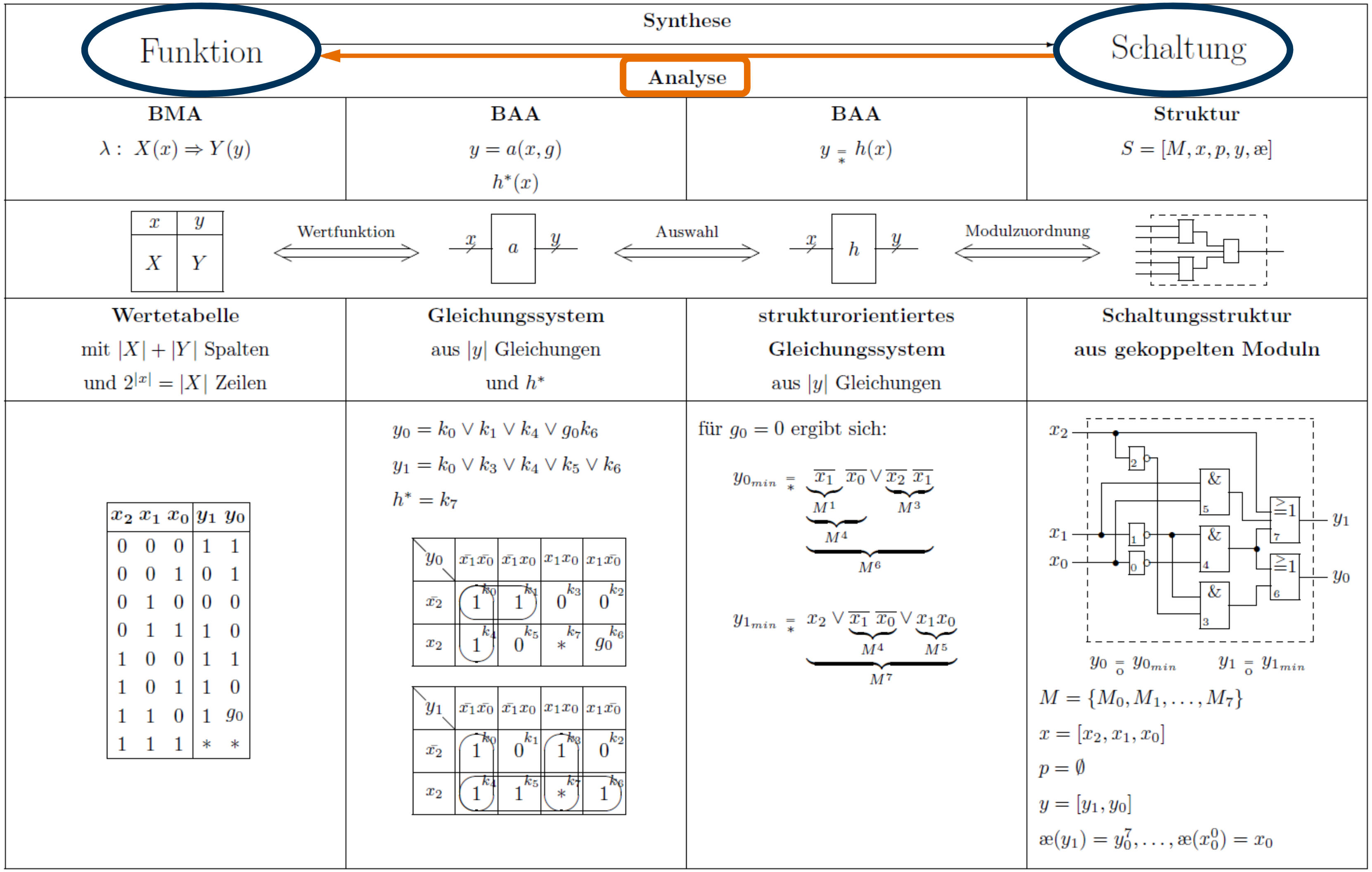


Struktursynthese - Beispiel



BEAST

Strukturanalyse



BMA	BAA	BAA	Struktur
$\lambda:\ X(x) \Rightarrow Y(y)$	$y = a(x,g)$ $h^*(x)$	$y \underset{*}{=} h(x)$	$S = [M, x, p, y, æ]$
Wertetabelle mit $\|X\| + \|Y\|$ Spalten und $2^{\|x\|} = \|X\|$ Zeilen	**Gleichungssystem** aus $\|y\|$ Gleichungen und h^*	**strukturorientiertes** **Gleichungssystem** aus $\|y\|$ Gleichungen	**Schaltungsstruktur** **aus gekoppelten Moduln**

x_2	x_1	x_0	y_1	y_0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	g_0
1	1	1	$*$	$*$

$y_0 = k_0 \vee k_1 \vee k_4 \vee g_0 k_6$

$y_1 = k_0 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_5 \vee k_6$

$h^* = k_7$

y_0	$\bar{x_1}\bar{x_0}$	$\bar{x_1}x_0$	x_1x_0	$x_1\bar{x_0}$
$\bar{x_2}$	1^{k_0}	1^{k_1}	0^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	0^{k_5}	$*^{k_7}$	$g_0^{k_6}$

y_1	$\bar{x_1}\bar{x_0}$	$\bar{x_1}x_0$	x_1x_0	$x_1\bar{x_0}$
$\bar{x_2}$	1^{k_0}	0^{k_1}	1^{k_3}	0^{k_2}
x_2	1^{k_4}	1^{k_5}	$*^{k_7}$	1^{k_6}

für $g_0 = 0$ ergibt sich:

$$y_{0_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}}_{M^1}\ \overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{\overline{x_2}\ \overline{x_1}}_{M^3} \quad \text{mit } M^6$$

$$y_{1_{min}} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\ \overline{x_0}}_{M^4} \vee \underbrace{x_1 x_0}_{M^5}}_{M^7}$$

$y_0 \underset{o}{=} y_{0_{min}}$ $\quad$ $y_1 \underset{o}{=} y_{1_{min}}$

$M = \{M_0, M_1, \ldots, M_7\}$

$x = [x_2, x_1, x_0]$

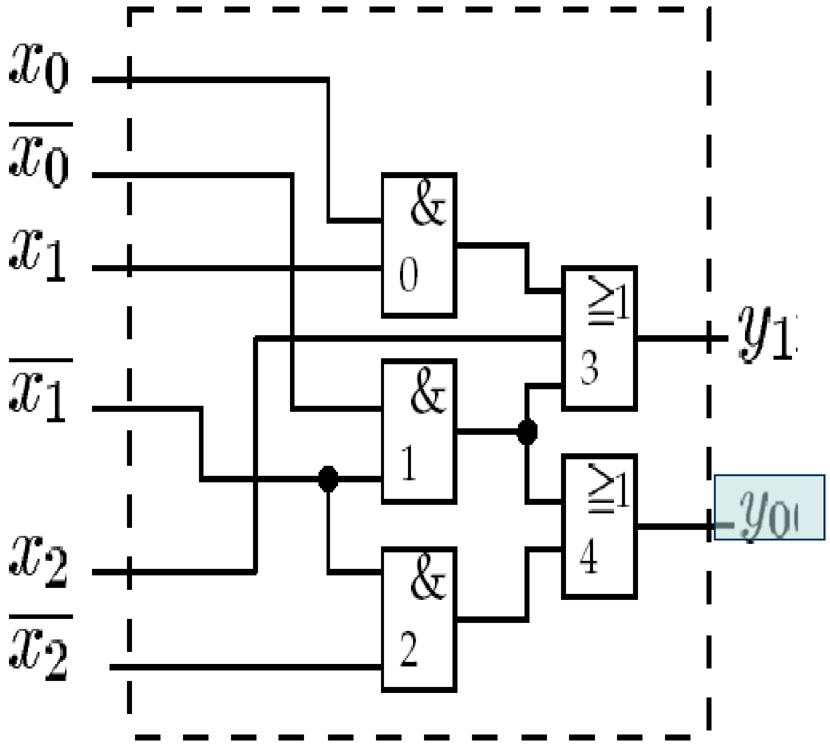
$p = \emptyset$

$y = [y_1, y_0]$

$æ(y_1) = y_0^7, \ldots, æ(x_0^0) = x_0$

Strukturanalyse

- strukturgleiche Schaltung ⇔ strukturgleicher Ausdruck

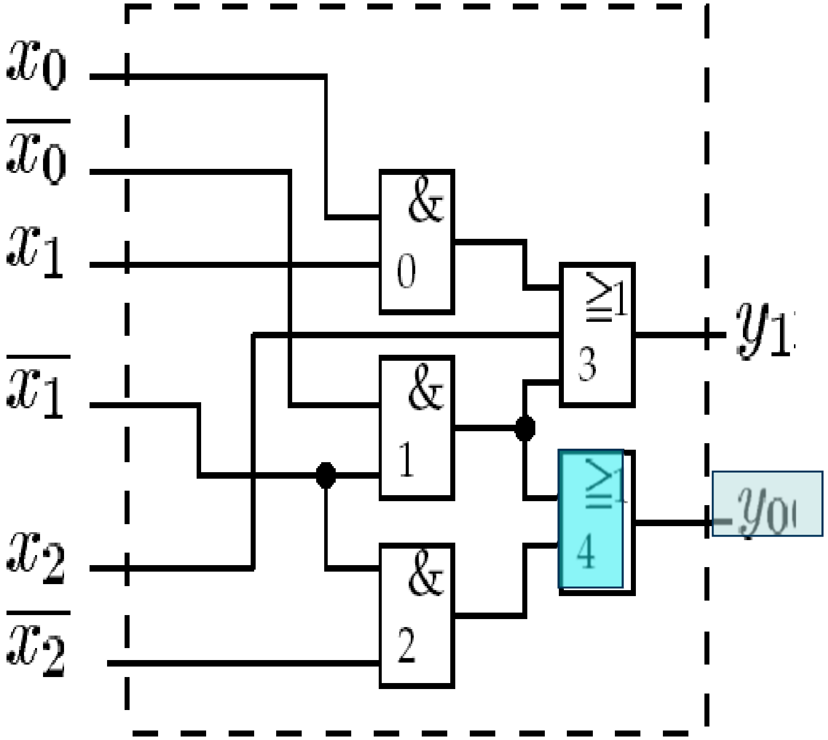


$$y_{1min} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\ \overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{x_1\ x_0}_{M^0}}_{M^3}$$

$$y_{0min} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\ \overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{\overline{x_2}\ \overline{x_1}}_{M^2}}_{M^4}$$

Strukturanalyse

- strukturgleiche Schaltung ⇔ strukturgleicher Ausdruck

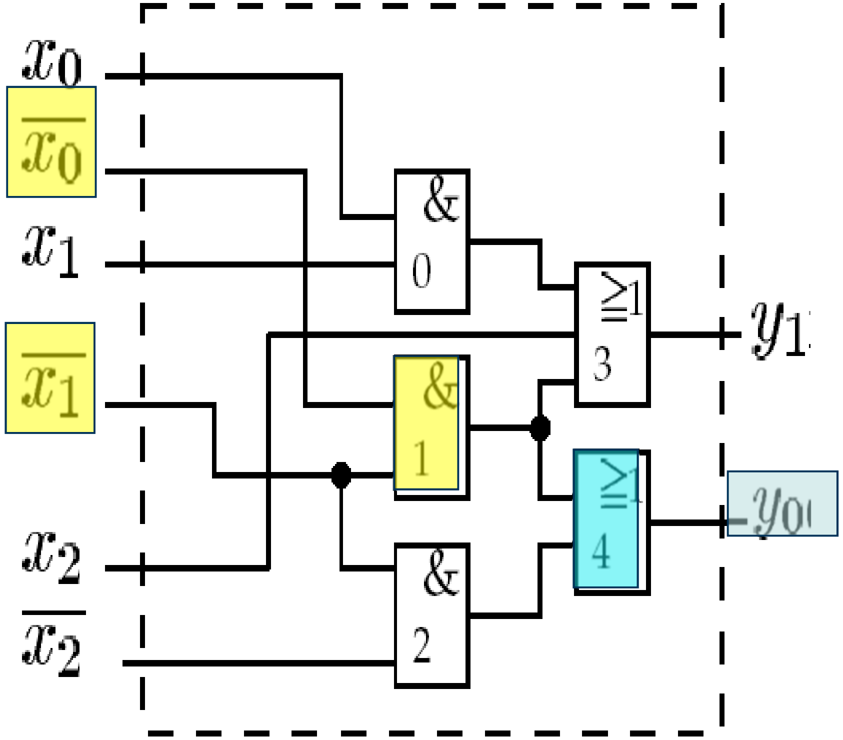


$$y_{1\,min} \underset{*}{=} x_2 \vee \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{x_1\,x_0}_{M^0}}_{M^3}$$

$$y_{0\,min} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{\overline{x_2}\,\overline{x_1}}_{M^2}}_{M^4}$$

Strukturanalyse

- strukturgleiche Schaltung ⇔ strukturgleicher Ausdruck

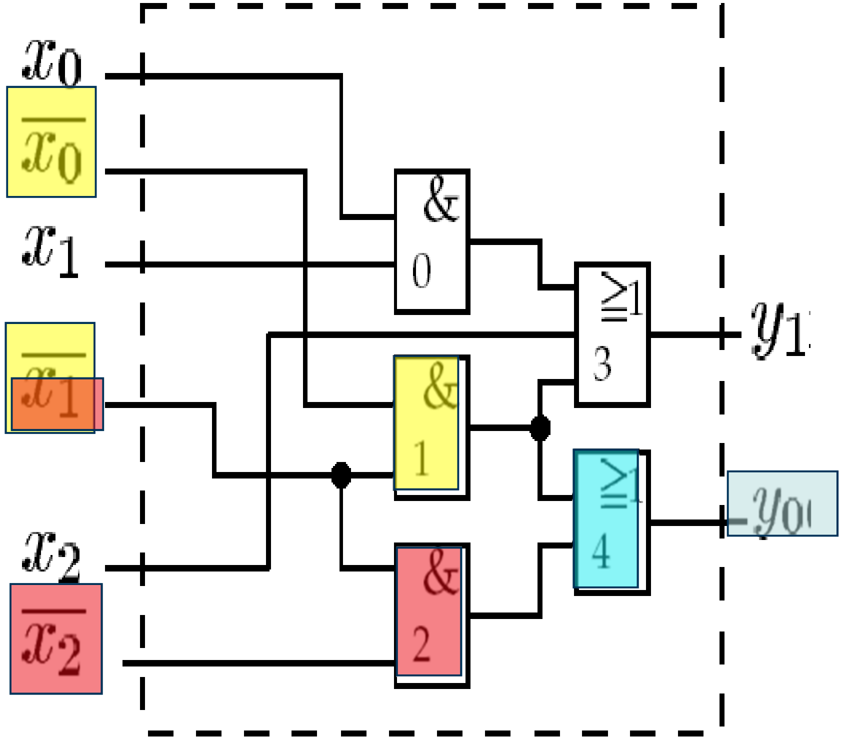


$$y_{1min} \underset{*}{=} \underbrace{x_2 \vee \underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{x_1\,x_0}_{M^0}}_{M^3}$$

$$y_{0min} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{\overline{x_2}\,\overline{x_1}}_{M^2}}_{M^4}$$

Strukturanalyse

- strukturgleiche Schaltung ⇔ strukturgleicher Ausdruck

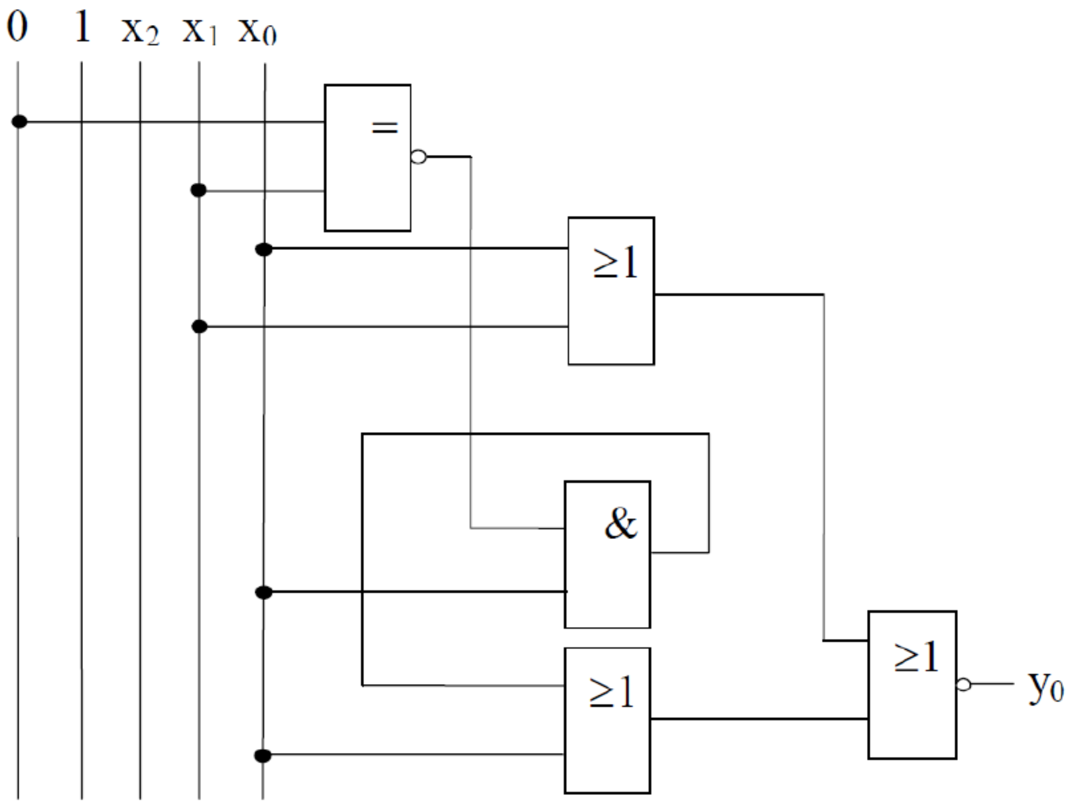


$$y_{1min} \underset{*}{=} x_2 \vee \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{x_1\,x_0}_{M^0}}_{M^3}$$

$$y_{0min} \underset{*}{=} \underbrace{\underbrace{\overline{x_1}\,\overline{x_0}}_{M^1} \vee \underbrace{\overline{x_2}\,\overline{x_1}}_{M^2}}_{M^4}$$

Strukturanalyse

Gegeben ist folgende Schaltung:



a) Gesucht wird ein logischer Ausdruck für den Ausgang y_0 der angegebenen Schaltung.

Das war's für heute

Viel Spaß beim Wiederholen!

Kap. 3.3.1, 3.5.-3.5-2, 3.6.1 - 3.6.3, 4.1, 4.2

Bis nächsten Donnerstag um 15.00 ...