

## **Die Psychophysik der Wahrnehmungsschwelle: Von Weber und Fechner zur Signaldetektionstheorie**

*Schierz, Ch. (Ilmenau):*

*TU Ilmenau, FG Lichttechnik, Prof.-Schmidt-Str. 26, 98693 Ilmenau / Deutschland  
christoph.schierz@tu-ilmenau.de*

Die Wahrnehmungsschwelle als absolute Detektionsschwelle oder als relative Differenzschwelle ist in der Beleuchtungstechnik eine wichtige Größe zur Beurteilung von Lichtsituationen und als theoretische Grundlage. So ist etwa bei der Straßenbeleuchtung die Kontrastschwelle der Indikator für die Wahrnehmungsgrenze. In Laborstudien kann die Wahrnehmungsschwelle als abhängige Größe dazu dienen, den Einfluss von anderen Parametern, d. h. erklärenden bzw. unabhängigen Größen zu untersuchen. Man ermittelt z. B. die Detektionsschwelle in Abhängigkeit der Wellenlänge oder des Spektrums, der Präsentationsdauer, der Testzeichenform oder Testzeichengröße, des Adaptationszustands, der Position im Gesichtsfeld oder abhängig von Störfaktoren wie die Blendung. Die Methoden werden seit vielen Jahrzehnten angewandt, allerdings selten in der aktuellsten Form der Signaldetektionstheorie. Dieser Artikel beschreibt die Grundkonzepte, angefangen bei den Überlegungen von Weber und Fechner, über die psychometrische Funktion bis zu den Grundlagen der Signaldetektionstheorie.

## **The Psychophysics of Perception Threshold: From Weber and Fechner to Signal Detection Theory**

*Schierz, Ch. (Ilmenau):*

*Ilmenau University of Technology, Department of Lighting Engineering,  
Prof.-Schmidt-Str. 26, 98693 Ilmenau / Germany  
christoph.schierz@tu-ilmenau.de*

In lighting engineering perception thresholds in the form of absolute detection thresholds or of relative difference thresholds are an important parameter for the assessment of lighting situations and as a theoretical basis. In street lighting for example, the contrast threshold acts as an indicator for the limit of visibility. In laboratory studies, perception thresholds serve as the dependent variable to investigate the influence of other explanatory / independent parameters. For instance, detection thresholds can be determined as a function of wavelength or spectrum, of stimulus' exposure duration, shape or size, of adaptation state, of position in the visual field or as a function of disturbances such as glare. Methods have been applied for many decades, but rarely in the latest form of signal detection theory. This article describes the basic concepts, from the considerations of Weber and Fechner, to the psychometric function up to the basics of signal detection theory.

## Einführung

Die Wahrnehmungsschwelle ist ein zentrales Konzept der Psychophysik. Der metaphorische Ausdruck „Schwelle“ wurde zum ersten Mal 1824 vom Philosophen Johann Friedrich Herbart (Abb. 1, 2. v.l.) in Königsberg entwickelt [7]. In heutigen Worten ist die Wahrnehmungsschwelle die geringste Stärke eines adäquaten Sinnesreizes, die ausreicht, eine bewusste Wahrnehmung auszulösen<sup>1</sup>.



Abb. 1: Von links: Pierre Bouguer (1698–1758); Johann Friedrich Herbart (1776–1841); Ernst Heinrich Weber (1795–1878); Gustav Theodor Fechner (1801–1887).

Zehn Jahre später, 1834, veröffentlichte der Physiologe Ernst Heinrich Weber (Abb. 1, 3. v.l.) in Leipzig die Ergebnisse seiner ausführlichen Untersuchungen zur Wahrnehmungsschwelle [15]. Er kommt zum Schluss, dass die gerade noch wahrgenommene Änderung  $\Delta\Phi_{th}$  eines Sinnesreizes zu seiner Stärke  $\Phi$  proportional ist:

„Gesetz“ nach Weber: 
$$\frac{\Delta\Phi_{th}}{\Phi} = k_w \quad (1)$$

Mit der Weber-Konstanten  $k_w$ ; der Index „th“ steht für *threshold*, dem englischen Wort für Schwelle. Es sei erwähnt, dass Weber nicht der Entdecker der Beziehung (1) ist: Die erste Veröffentlichung mit Lichtreizen ist wohl diejenige von Pierre Bouguer (Abb. 1, 1. v.l.), die im Jahr 1760 posthum publiziert wurde [2]. Weitere Untersuchungen anderer Forscher folgten. Webers Arbeiten zu verschiedenen Sinnesmodalitäten wurden hauptsächlich durch Fechner (s. u.) weitherum bekannt.

In der Beleuchtungstechnik wird  $\Phi$  zur Leuchtdichte  $L$  und  $\Delta\Phi$  zum Leuchtdichteunterschied  $\Delta L$ . In Analogie zu Gleichung (1) wird der Weberkontrast wie folgt definiert:

Definition Weberkontrast: 
$$C_w = \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

---

<sup>1</sup> In der deutschsprachigen Literatur zur Psychophysik wird generell von „Empfindungsschwelle“ gesprochen. Da der Begriff ‚Empfindung‘ im Alltagsverständnis aber eine emotionale Komponente beinhaltet, wird hier der neutralere Begriff ‚Wahrnehmung‘ verwendet.  
Die Definition von Herbart lautet [7]: „So wie man gewohnt ist, vom Eintritt der Vorstellungen ins Bewußtseyn zu reden, so nenne ich *Schwelle* des Bewußtseyns diejenige Gränze, welche eine Vorstellung scheint zu überschreiten, indem sie aus dem völlig gehemmten Zustande zu einem Grade des wirklichen Vorstellens übergeht“.

Die Weber-Konstante  $k_W$  entspricht dann dem Schwellenkontrast. Vorausgesetzt, das Webersche ‚Gesetz‘ ist gültig, ist der Weberkontrast eine natürliche Größe der differentiellen Lichtwahrnehmung im Bereich der Wahrnehmungsschwelle. Obwohl auch heute noch die Vorstellung der Allgemeingültigkeit des ‚Gesetzes‘ nach Weber verbreitet ist, wurde bereits im 19. Jahrhundert gezeigt, dass dies bei keinem Sinnesreiz der Fall ist (deswegen die Anführungszeichen beim Wort ‚Gesetz‘). In gewissen Bereichsgrenzen gilt es aber näherungsweise (siehe Abb. 2 links). Der Weberkontrast wird vor allem für überschwellige Kontraste verwendet, was keinen direkten Bezug zum ‚Gesetz‘ von Weber hat. Ein solcher wird erst über weitere Konstrukte hergestellt, deren Bedeutung für die Wahrnehmung zusätzlich nachgewiesen werden muss. Ein Beispiel aus der Beleuchtungstechnik ist das *Visibility Level VL*, definiert als Anzahl Schwellenkontraste  $k_W$ , welche in einem gegebenen Weberkontrast enthalten sind.

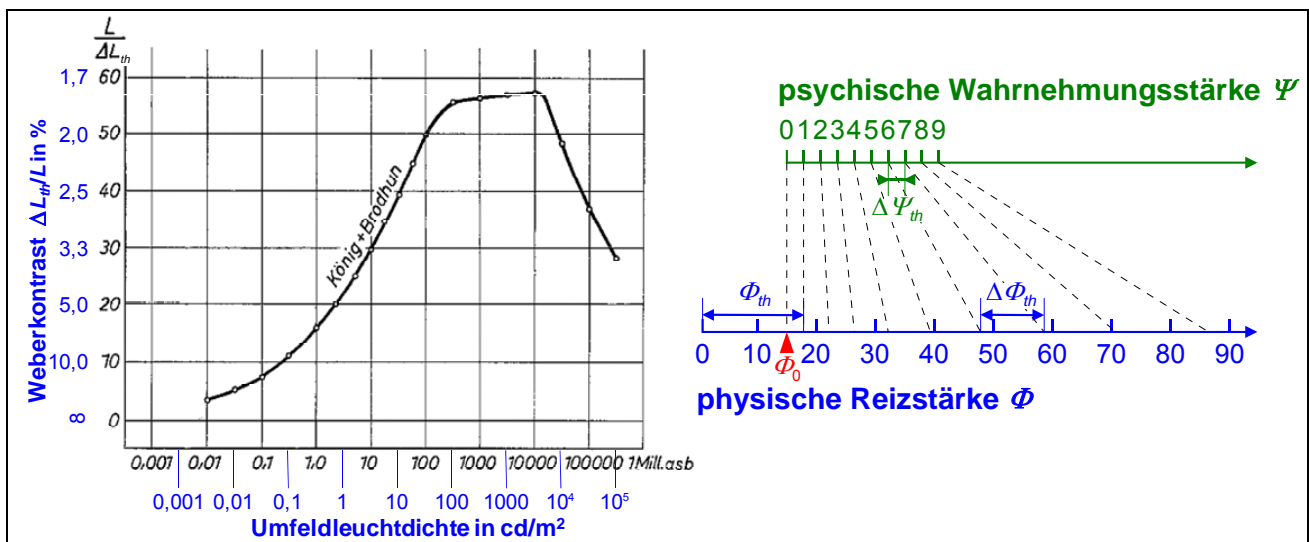


Abb. 2: Links: Kontrastempfindlichkeit  $L/\Delta L_{th}$  bzw. Schwellenkontrast nach Weber  $\Delta L_{th}/L$  in Abhängigkeit der Umfundleuchtdichte nach [8] (horizontal zweigeteiltes Testfeld der Größe  $6^\circ \times 4,3^\circ$ ). Es ist zu erkennen, dass der Schwellenkontrast nach Weber nur im Bereich zwischen  $100\text{ cd/m}^2$  und  $3000\text{ cd/m}^2$  näherungsweise konstant ist und im untersuchten Fall etwa 1,8% beträgt. Die Allgemeingültigkeit ist auch für andere Sinnesreize nicht gegeben. Rechts: Modellvorstellung der Psychophysik: Abbildung einer physischen Skala  $\Phi$  auf die adäquate psychische Skala  $\Psi$ , mit der Absolutschwelle  $\Phi_{th}$  und den Differenzschwellen  $\Delta\Phi_{th}$ . Fechner ging davon aus, dass aus den Ergebnissen von Weber indirekt auf die interne psychische Wahrnehmungsskala geschlossen werden kann. So wie eine Entfernung durch Aneinanderreihen von metrischen Einheiten gemessen werden kann, soll die psychische Wahrnehmungsstärke  $\Psi$  durch Aneinanderreihen von psychischen Einheiten  $\Delta\Psi_{th}$  gemessen werden können.

Wie aus Abb. 2 rechts erkennbar ist, muss unterschieden werden zwischen einer Absolutschwelle  $\Phi_{th}$  und einer Differenzschwelle  $\Delta\Phi_{th}$ . Die Absolutschwelle entspricht der ersten Differenzschwelle plus gegebenenfalls ein Offset  $\Phi_0$ . Die Wahrnehmung im Bereich der Absolutschwelle entspricht einer Detektionsaufgabe, diejenige im Bereich einer Differenzschwelle ist eine Diskriminationsaufgabe. Man kann Diskriminationsaufgaben aber auch als Detektionsaufgaben für Differenzen auffassen.

### Von der Wahrnehmungsschwelle zum psychophysischen ‚Gesetz‘

Gustav Theodor Fechner (Abb. 1, 4. v. l.) ging 1860 in seinem stark beachteten Werk [5] noch einen Schritt weiter: Er ging davon aus, dass auf eine innere psychische Wahrnehmungsskala  $\Psi$  geschlossen werden kann, die mit Hilfe von Webers ‚Gesetz‘ mit der physischen Reizskala  $\Phi$  funktional in Verbindung zu bringen ist (siehe Abb. 2 rechts). Dazu

setzt er voraus, dass eine kleinste psychische Maßeinheit  $\Delta \Psi_{th}$  besteht, mit der die Wahrnehmungsskala „ausgemessen“ werden kann und die unabhängig von der Reizstärke und der Untersuchungsmethodik immer gleich groß bleibt. Bis auf eine frei wählbare Skalierungskonstante  $k_F$  soll sie der Weberkonstanten nach (1) entsprechen:

$$\Delta \Psi_{th} = k_F \cdot k_W = k_F \cdot \frac{\Delta \Phi_{th}}{\Phi} \quad (3)$$

Werden  $\Delta \Psi_{th}$  und  $\Delta \Phi_{th}$ , wie von Fechner vorausgesetzt, als infinitesimal klein angenommen ( $d\Psi$  und  $d\Phi$ ), kann Gleichung (3) integriert werden:

$$\int_0^{\Psi} d\Psi = k_F \cdot \int_{\Phi_0}^{\Phi} \frac{d\Phi}{\Phi} = [\Psi]_0^{\Psi} = k_F \cdot [\ln(\Phi)]_{\Phi_0}^{\Phi} \quad (4)$$

$\Phi_0$  ist der physische Reiz, welcher auf den Nullpunkt ( $\Psi=0$ ) der psychischen Skala abgebildet wird und der sich damit eine Differenzschwelle unterhalb der absoluten Wahrnehmungsschwelle  $\Phi_{th}$  befindet (siehe Abb. 2 rechts). Bei der Helligkeitswahrnehmung entspricht  $\Phi_0$  der Schwarzschwelle. Aus (4) folgt nach Umformen:

„Gesetz“ nach Fechner: 
$$\Psi = k_F \cdot \ln\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = k'_F \cdot \log_{10}\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (5)$$

Mit den Konstanten  $k_F = k'_F \cdot \log_{10}(e) = k'_F \cdot 0,4343$ . Fechners ‚Gesetz‘ (oder auch ‚Gesetz‘ nach Weber-Fechner) besagt somit, dass die wahrgenommene Stärke eines physischen Reizes zu dessen Logarithmus proportional ist. Es hatte und hat einen großen Einfluss in den Wissenschaften, die sich mit der Wirkung physischer Größen auf den Menschen beschäftigen. So wurde – neben anderen Gründen – in der Akustik die Dezibel-Skala eingeführt, als Logarithmus der physikalischen Schallenergie. Bei der Leuchtdichte als Reiz und der subjektiven Helligkeit als psychische Skala gilt Fechners ‚Gesetz‘ näherungsweise nur im Bereich zwischen dem 1/2- bis 2-fachen der Adaptationsleuchtdichte [1].

Bereits zu Lebzeiten Fechners wurden seine Annahmen angezweifelt und 1872 veröffentlichte der Belgier Plateau [10] ein anderes psychophysisches Gesetz, welches von Brentano [3] gegenüber Fechner stark verteidigt wurde. Es handelt sich um ein ‚Potenzgesetz‘, welches auch Stevens [12] in den 1960er-Jahren auf Grund eigener Untersuchungen mit neuer Methodik (Verhältnisschätzung) propagierte:

„Gesetz“ nach Plateau-Brentano-Stevens: 
$$\Psi = k_S \cdot (\Phi - \Phi_0)^n \quad (6)$$

mit einer Konstanten  $k_S$  und einem vom Sinnesreiz abhängigen Exponenten  $n$ . In der Akustik wird dieses ‚Gesetz‘ zur Berechnung der (subjektiven) Lautheit mit der Maßeinheit „sone“ verwendet. Für die Helligkeitswahrnehmung schlug Stevens eine entsprechende Maßeinheit „bril“ vor, die sich aber für die komplexen Situationen im Alltag nicht eignet. Für visuelle Reize ermittelte Stevens ein  $n$  von 0,33 bei 5°-Sehobjekten, von 0,5 bei Punktlichtquellen oder bei Lichtblitzen und von 1,0 bei punktförmigen Lichtblitzen, jeweils mit dunkeladaptiertem Auge. Ein Exponent von 0,33 findet sich auch in der Berechnung der Größe *Lightness*  $L^*$  im CIELAB-System wieder. Zur subjektiven Helligkeit siehe auch [11].

Die Problematik, ein psychophysisches ‚Gesetz‘ zu finden, ist nicht Thema dieses Beitrags. Eine ausführliche Diskussion erfolgt in [6]. Es sei aber darauf hingewiesen, dass empirische Daten oft keine Entscheidung zugunsten eines der ‚Gesetze‘ zulassen. Außerdem kann das ‚Gesetz‘ nach Weber (1) auch mit dem Potenzgesetz (6) gültig bleiben. In

diesem Fall ist Fechners Annahme, es gäbe eine unabänderliche konstante psychische Maßeinheit  $\Delta \Psi_{th}$  falsch und es gilt [4]:

„Gesetz“ nach Eckman: 
$$\frac{\Delta \Psi_{th}}{\Psi} = n \cdot k_W \quad (7)$$

$n$  ist der Exponent in (6),  $k_W$  die Weber-Konstante in (1). Weitere empirische Erkenntnisse zeigen, dass  $\Delta \Psi_{th}$  nicht nur durch die subjektive Stärke  $\Psi$ , gemäß (7), sondern u. a. auch durch die Untersuchungsmethodik, den in der Untersuchung verwendeten Bereich der physischen Reize und durch die Aufmerksamkeit (Richtung, Größe des Aufmerksamkeitsfokus) der Testperson bestimmt wird.

### **Schwankungen der Schwelle und psychometrische Funktion**

Bisher wurde zwar das Prinzip einer Schwelle vorgestellt, nicht aber deren Operationalisierung in Experimenten. Im Idealfall – so auch die Vorstellung im 19. Jahrhundert – kann man sich eine Schwelle wie eine Stufe vorstellen, welche die Wahrnehmungsskala in die zwei Intervalle „bemerkt“ und „nicht bemerkt“ unterteilt (siehe a) in Abb. 3 links). Die Aufgabe im Experiment würde somit darin bestehen, die physische Skala von unten nach oben „abzuschreiten“ bis der Testreiz bzw. die fragliche Eigenschaft bemerkt wird, oder aber von oben nach unten bis er bzw. sie verschwindet.

Bereits in den ersten Schwellenexperimenten wurde jedoch klar, dass ein solch scharfer „Umschlagpunkt“ nicht eindeutig definiert ist. Bei physischen Werten in der Nähe der Schwelle wird der Testreiz manchmal erkannt, manchmal nicht. In der klassischen Schwellentheorie ging man daher davon aus, dass die ideale Schwelle zwar existiert, aber statistischen Schwankungen unterworfen ist, deren Ursache im neuronalen System des Beobachters zu suchen ist. Die psychischen Repräsentationen  $\Psi$  der Reize weisen gemäß dieser Theorie jedoch keine Schwankungen auf und die vergleichsweise geringen Unsicherheiten der physischen Reize werden vernachlässigt.

Diese stochastische Komponente der Schwelle wird mit Hilfe der „psychometrischen Funktion“ (PF) beschrieben. Sie ist für Absolutschwelle als  $p(\Phi)$  mit b) in Abb. 3 links und für Differenzschwelle als  $p(\Delta \Phi)$  in Abb. 3 rechts dargestellt. Eine Operationalisierung der Schwelle ist dann  $p(\Phi_{th}) = 0,5$ , also die 50%-Wahrnehmungshäufigkeit. Die Operationalisierung für Differenzschwelle  $\Delta \Phi_{th}$  erfolgt mit der 25%- bzw. 75%-Wahrnehmungshäufigkeit (Details siehe Abb. 3 rechts). Andere Prozentwerte sind auch möglich (z. B. 95%-Häufigkeit), müssen aber entsprechend deklariert werden. Eine Möglichkeit, diese Werte zu bestimmen, ist die Häufigkeiten  $p_i$  an den untersuchten Reizstärken  $\Phi_i$  bzw. Reizdifferenzen  $\Delta \Phi_i$  zu ermitteln und diese in Werte  $z_i$  umzuwandeln (zur Umrechnung  $p \leftrightarrow z$  siehe Tab. 2 im Anhang). Die  $z$ -Werte hängen mehr oder weniger linear von den physischen Größen ab, womit eine lineare Regressions-Lösung möglich wird. Die Schwellen befinden sich bei  $z(\Phi_{th}) = 0,00$  bzw.  $z(\Delta \Phi_{th}) = \pm 0,67$ .<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Dies setzt voraus, dass die psychometrische Funktion einer kumulierten Normalverteilung folgt und dass eine physische Größe  $\Phi$  gewählt wird, die mit den  $z$ -Werten linear verläuft. Letzteres ist im Prinzip selten gewährleistet, spielt aber bei der Schwellenermittlung mit kleinen  $\Delta \Phi$  eine untergeordnete Rolle. Siehe auch nächstes Kapitel. Weitere Lösungsmöglichkeiten bietet die logistische Regression.

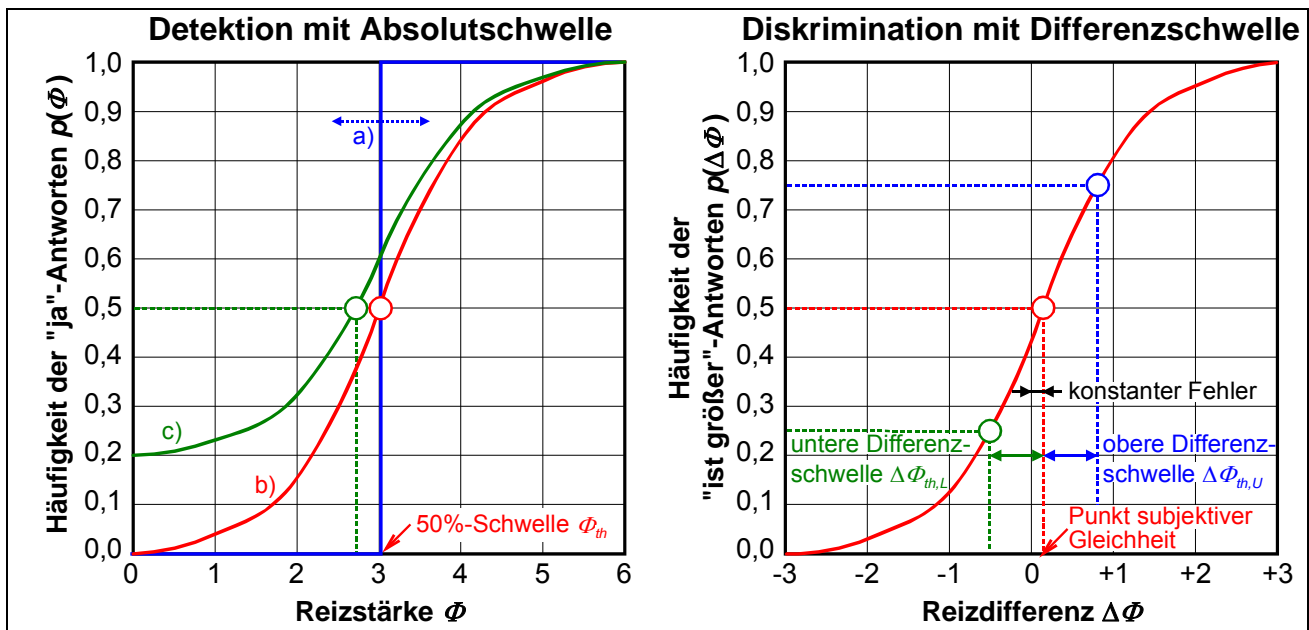


Abb. 3: Links: Psychometrische Funktionen (PF) einer Absolutschwelle  $\phi_{th}$  (auch RL genannt, für „Reiz Limen“). Prinzip: Für verschiedene Reizstärken  $\phi_i$  wird mehrmals gefragt, ob der schwache Testreiz  $i$  zu sehen ist. Die absolute Schwelle  $\phi_{th}$  befindet sich da, wo die am besten angepasste PF 50% „ja“-Antworten erwarten lässt. a) Idealisierte Schwelle; b) PF der klassischen Schwellentheorie; c) PF der Signaldetektionstheorie, bei der auch mit Reiz  $\phi = 0$  „ja“-Antworten vorkommen können (falsche Alarmer). Die mit der PF ermittelte Schwelle erfährt hier einen Fehler (*bias*). Rechts: Psychometrische Funktion (PF) der Differenzschwellen  $\Delta\phi_{th}$  (auch DL genannt, für „Differenz Limen“ oder „jnd“ für *just noticeable difference*). Prinzip: Für einen Bezugsreiz und verschiedene um  $\Delta\phi_i$  davon abweichende Testreize  $i$  wird mehrmals gefragt, ob der Testreiz bezüglich der Eigenschaft  $\phi$  größer erscheint als der Bezugsreiz. Der Punkt subjektiver Gleichheit (PSE, *point of subjective equality*), bei dem die am besten angepasste PF 50% „ist größer“-Antworten erwarten lässt, kann um einen geringen konstanten Fehler (CE, *constant error*) von  $\Delta\phi = 0$  abweichen. Die Differenzschwellen sind der Abstand zwischen 25%-Wert und PSE ( $\Delta\phi_{th,L} = DL_L$ , „L“ für *lower*) bzw. zwischen PSE und 75%-Wert ( $\Delta\phi_{th,U} = DL_U$ , „U“ für *upper*) der PF.  $\Delta\phi_{th}$  ist dann deren Mittelwert.

Für die Ermittlung von Schwellen gibt es verschiedene Untersuchungsmethoden, die hier nicht weiter vertieft werden können. Zu den Methoden und generell als Lehrbuch zur Psychophysik sei [6] empfohlen.

### Signaldetektionstheorie und Antworttendenz

Die klassische Schwellentheorie hat einige konzeptionelle Schwierigkeiten und widerspricht empirischen Erkenntnissen. So geht die Annahme, die psychometrische Funktion folge einer kumulierten Normalverteilung, davon aus, dass die physische Größe  $\phi$  linear mit der von den Testpersonen bewerteten psychischen Größe  $\psi$  verknüpft ist. Dies steht nicht nur mit den psychophysischen ‚Gesetzen‘ (5) bzw. (6) im Widerspruch, es ist auch logisch nicht generell möglich. So ist etwa die Schallenergie proportional zum Quadrat des Schalldrucks. Für einen Hörtest kann  $\phi$  sowohl als Schallenergie wie auch als Schalldruck gewählt werden, aber es kann nicht in beiden Fällen die gleiche statistische Verteilung zugrundegelegt werden. Welche physische Größe gewählt und ob diese logarithmiert oder zu einer Potenz erhoben werden muss, um für die Schwelle eine Normalverteilung zu erhalten, ist mit realistischem Aufwand empirisch kaum zu ermitteln<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Pragmatisch wären angepasste statistische Verteilungen, was aber inhaltlich zu kurz greift: Wie die Schwelle intern variiert, hängt nicht von der Beschreibung bzw. Übertragung des Reizes ab.

Die Lösung für dieses Problem wäre, anstelle der Abszisse  $\Phi$  der psychometrischen Funktion direkt die psychische Größe  $\Psi$  zu setzen. Wie aus der Diskussion des ‚Gesetzes‘ von Fechner bereits hervorging, ist  $\Psi$  aber nicht direkt erfassbar. Nach Vorarbeiten anderer Autoren, war es Louis Leon Thurstone (1887 – 1955), der es im Jahr 1927 mit seinem *law of comparative judgment* möglich machte, Teile von  $\Psi$  wenigstens indirekt zu ermitteln [14]. Eine modernere Weiterentwicklung, die hier verwendet wird, ist die Signaldetektionstheorie (auch Signalentdeckungstheorie)<sup>4</sup>. Sie wurde 1954 von Tanner und Swets aus der elektronischen Signaldetektion in die visuelle Psychophysik übertragen [13]. Das Standardwerk der Signaldetektionstheorie in der Psychologie ist [9].

Während es in der klassischen Psychophysik bei jeder Beobachtung jeweils einen Reiz (der auch ein  $\Delta\Phi$  sein kann) zu beurteilen galt, werden in der Signaldetektionstheorie jeweils mindestens zwei, dem Experimentator bekannte Testreize von den Testpersonen bezüglich einer Eigenschaft bewertet. Aus der Häufigkeit, wie oft die Eigenschaft des einen Reizes als ausgeprägter beurteilt wird als diejenige des anderen, kann deren psychischer Abstand  $\Delta\Psi$  definiert werden. Tab. 1 zeigt ein Beispiel für eine Detektionsaufgabe, bei der ein Testreiz die Stärke 0 und der andere die Stärke  $\Phi$  hat.

Tab. 1: Beispieltabellen für eine Detektionsaufgabe, bei der 200× ein Nullreiz „0“ und 200× ein Testreiz „ $\Phi$ “ gezeigt wurde. Die Antworten verteilen sich auf vier Felder (Tab. links). Daraus lassen sich die relativen Häufigkeiten ermitteln (Tab. Mitte) und für die „ja“-Antworten die zugehörigen z-Werte (Tab. rechts; die z-Werte für die „nein“-Antworten sind redundant und werden nicht benötigt). Für die Umrechnung der p- in die z-Werte siehe Tab. 2 im Anhang.

← Reiz	Antwort		← Reiz	Antwort		← Reiz	Antwort	
	„nein“	„ja“		„nein“	„ja“		„nein“	„ja“
„0“	korrekte Zurückweisungen: 196	falsche Alarme (fa): 4	„0“	$1 - p(\text{fa}) = 0,98$	$p(\text{fa}) = 0,02$	„0“		$z(\text{fa}) = -2,05$
„ $\Phi$ “	Verpasser: 130	Treffer (hit): 70	„ $\Phi$ “	$1 - p(\text{hit}) = 0,65$	$p(\text{hit}) = 0,35$	„ $\Phi$ “		$z(\text{hit}) = -0,39$

Aus der Häufigkeit  $p(\text{fa})$  der falschen Alarme („ja“, obwohl der Reiz „0“ vorlag) und  $p(\text{hit})$  der Treffer („ja“, bei Reiz „ $\Phi$ “), bzw. deren z-Transformation (siehe Tab. 2 im Anhang) ist der psychische Abstand wie folgt zu ermitteln:

$$\text{Erkennbarkeit } \textit{detectability} \quad \Delta\Psi = d' = z(\text{hit}) - z(\text{fa}) = z_N - z_{SN} \quad (8)$$

$d'$  ist ein Maß für die Sensitivität (*detectability*), eine Bezeichnung aus der Signaldetektionstheorie. Im Beispiel der Tab. 1 beträgt  $\Delta\Psi$  bzw.  $d'$  daher  $(-0,39) - (-2,05) = 1,66$ . Für eine Diskriminationsaufgabe erfolgt die Berechnung analog, nur dass die beiden Reize z. B. mit „ $\Phi_1$ “ und „ $\Phi_2$ “ bezeichnet werden und die Frage anders formuliert wird (siehe Abb. 4 links obere Skala). Auf den tatsächlichen Wert von  $\Phi$  kommt es bei dieser Berechnung nicht an – die Analyse betrifft ausschließlich die psychische Ebene. Das hat zur Folge, dass zwischen Detektions- und Diskriminationsaufgabe nicht mehr unterschieden wird und dass die psychische Skala sogar ermittelt werden kann, wenn den zu beurteilenden Objekten überhaupt keine physische Größe zuzuordnen sind, wie z. B. bei der Bewertung ihres ästhetischen Aussehens oder ihrer emotionalen Wirkung.

<sup>4</sup> Diese Darstellung bezieht sich auf Thurstones einfachsten Fall „Case V“. Da seine Theorie Paarvergleiche zu Grunde legt, liefert seine *discriminal dispersion* eine andere psychische Skala als die einfache Signaldetektionstheorie. Es gilt:  $\Delta\Psi_{\text{Thurstone}} = \sqrt{2} \cdot d'$ . In der Signaldetektionstheorie handelt es sich bei Paarvergleichen nicht um eine eindimensionale psychische Skala  $\Psi$ , sondern um eine 2-dimensionale psychische Ebene. Näheres dazu siehe unter „2AFC“ in [9], Kap. 7.

Zwar sind mit dieser Methode nur Abstände  $\Delta \Psi$  zwischen zwei Werten auf der psychischen Skala zu ermitteln. Durch fortgesetzte Anwendung der Methode kann aber die psychische Skala Schritt für Schritt aufgebaut werden, so wie sich das Fechner vorgestellt hatte. Nur dass jetzt die  $\Delta \Psi$  nicht mehr konstant  $= k_F \cdot k_W$  sind, sondern empirisch ermittelt werden<sup>5</sup>. Liegt ein physischer Reiz zugrunde, kann mit  $\Phi_0$  auch ein Nullpunkt  $\Psi = 0$  definiert werden (siehe Abb. 2 rechts; bei Testreizen mit  $\Phi \leq \Phi_0$  wird  $d' = 0$ ). Die Methode des *comparative judgment* hat einen Paradigmenwechsel zur Folge: Nicht mehr die Schwelle ist die zufällig schwankende Größe, sondern die intern bewerteten Signale. In der Signaldetektionstheorie wird das so ausgedrückt, dass sich der Wahrnehmung jedes der Testreize S ein Rauschen (*noise*) N überlagert, welches zu einem geringen Teil physisch bedingt ist (z. B. Photonenrauschen), zur Hauptsache aber durch das neuronale System erzeugt wird (siehe Abb. 4 links).

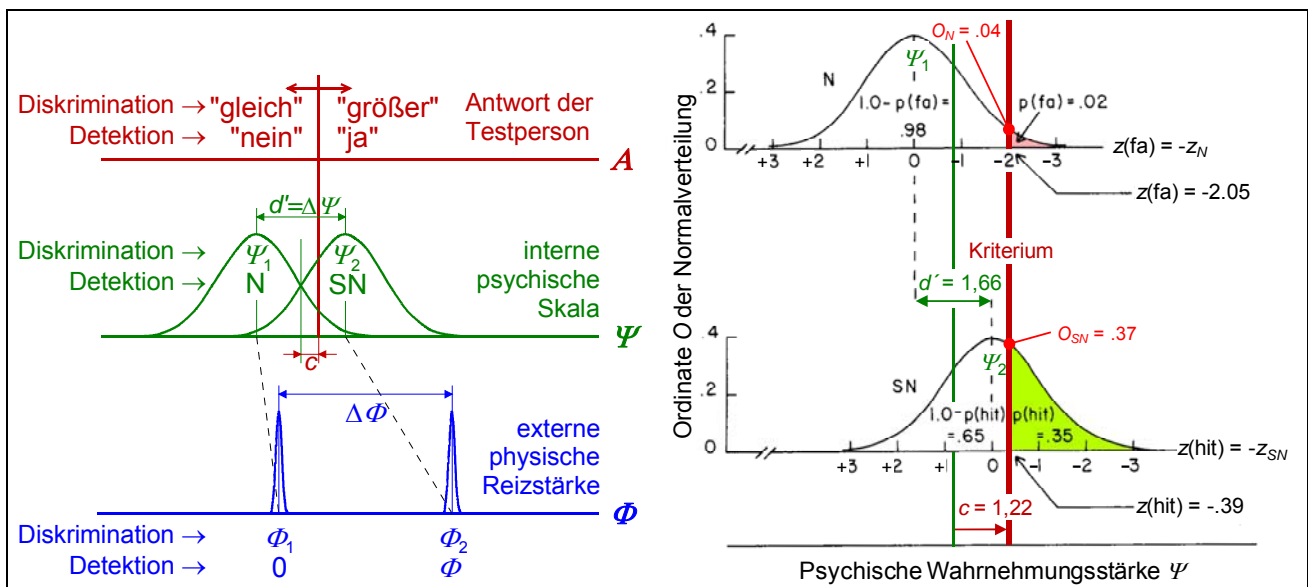


Abb. 4: Links: Modellvorstellung der Signaldetektionstheorie. Beide Signale auf der internen psychischen Skala sind mit Rauschen überlagert und damit nicht eindeutig, sondern über eine Wahrscheinlichkeitsverteilung lokalisierbar. Bei der Detektion besteht die Wahrnehmung des Nullreizes „0“ nur aus dem Rauschen N, welche mit der Wahrnehmung des Testreizes, bestehend aus Signal und Rauschen SN verglichen wird. Die Häufigkeiten der Skalenwerte werden mit den Wahrscheinlichkeitsdichten der Normalverteilung dargestellt. Für weitere Erklärungen siehe Text;  $z_N$  und  $z_{SN}$  sind Bezeichnungen aus [6].

Rechts: Rechenbeispiel aus Tab. 1 mit relativer Trefferhäufigkeit  $p(\text{hit}) = 0,35$  und Falsch-Alarm-Rate  $p(\text{fa}) = 0,02$  (nach [6]). Daraus folgen die Größen  $d'$  und  $c$ : Der Abstand der Mittelwerte ist  $d'$  und  $c$  ist die Entfernung des Kriteriums vom Überschneidungspunkt der beiden Verteilungen.

Mit Hilfe der beiden Flächen unter den Normalverteilungen rechts von einer Kriteriumslinie kann die Verschiebung der beiden Verteilungen zueinander ermittelt werden. Sie entspricht dem psychischen Abstand  $\Delta \Psi$  bzw. gemäß Signaldetektionstheorie der *detectability*  $d'$  gemäß (8). Diese Flächen (Abb. 4 rechts) entsprechen den in Tab. 1 Mitte ermittelten Häufigkeiten  $p(\text{fa})$  und  $p(\text{hit})$ . Die Ermittlung von  $\Delta \Psi$  bzw.  $d'$  ist von der Wahl der Kriteriumslinie unabhängig (nicht jedoch deren Unsicherheit). Die Annahme von zwei Normalverteilungen hat sich bis jetzt in vielen Experimenten bewährt. Die Annahme gleicher Stan-

<sup>5</sup> Dieses Vorgehen der Skalenerweiterung wird in der Signaldetektionstheorie mit dem Konzept des Klassifikationsexperiments (*classification*) ausgeführt, bei welchem nicht nur zwei, sondern viele Reize zum paarweisen Vergleich angeboten werden. Die Tabellen in Tab. 1 erhalten dann nicht nur zwei, sondern viele Datenzeilen. Näheres dazu siehe Kap. 5 in [9].



dardabweichungen ist jedoch nicht immer erfüllt. Die Signaldetektionstheorie kennt Methoden, damit umzugehen – es werden dafür ROC-Diagramme angewandt (s. u.).

Die Entscheidung findet nicht mehr nach der klassischen Theorie an einer durch die neuronale Verschaltung definierten schwankenden Schwelle statt, sondern an einem bewusst oder unbewusst von der Testperson festgelegten Kriterium. Die genannte Unabhängigkeit von  $d'$  gegenüber der Wahl des Kriteriums ist ein wesentlicher Vorteil der Signaldetektionstheorie gegenüber der klassischen Schwellentheorie. Die mit letzterer ermittelten Schwellen sind davon abhängig, welches Kriterium die Testperson bei ihrer Bewertung verwendet. So wird etwa eine Testperson, die eine möglichst gute Wahrnehmungsfähigkeit demonstrieren möchte, beim Bestimmen der Absolutschwelle häufiger „ja“ antworten („Ja-Sager“, liberal) als jemand der bei seiner Bewertung äußerst korrekt sein will („Nein-Sager“, konservativ). Dadurch kommen bei der ersten Person viel öfter „ja“-Antworten zustande, wenn die Reizstärke Null ist (siehe c) in Abb. 3 links). Die psychometrische Funktion wird nach oben gestaucht und der damit ermittelte 50%-Schwellenwert wird fälschlicherweise zu klein.

Bei der Signaldetektionstheorie wird die Antworttendenz (*response bias*) dadurch korrigiert, dass bei solchen Testpersonen nicht nur die Trefferrate  $p(\text{hit})$ , sondern auch die Rate falscher Alarme  $p(\text{fa})$  in Einheiten der z-Werte gleichermaßen ansteigt. Die Antworttendenz wird damit nicht nur korrigiert, sie kann auch als Zahl beschrieben werden. Für die hier besprochenen Untersuchungen mit zwei Reizen gilt<sup>6</sup>:

$$\text{Antworttendenz } \textit{criterion location} \quad c = -\frac{z(\text{hit}) + z(\text{fa})}{2} = \frac{z_N + z_{SN}}{2} \quad (9)$$

Mit den Daten aus Tab. 1 ergibt sich:  $c = -\frac{1}{2}(-0,39 - 2,05) = 1,22$  (siehe Abb. 4 rechts). Die Ursachen für Antworttendenzen sind vielfältig, zum Teil sind sie auch gewollt:

- Persönliche Einstellung der Testperson: Die bereits genannte Tendenz eher liberal oder konservativ zu antworten. Hier zeigen sich auch Unterschiede im Alter der Testpersonen.
- Relative Häufigkeiten der beiden Testreize (A-priori-Wahrscheinlichkeiten): Wenn die Testperson weiß, dass der eine Reiz häufiger vorkommt als der andere, antwortet sie im Zweifelsfall eher zu Gunsten des häufigeren.
- Relative Kosten zwischen falschem Alarm oder Verpasser: Sind die Nachteile für einen der beiden Fälle größer, wird dieser stärker vermieden. Ist es beispielsweise gefährlich, ein Radarsignal eines feindlichen Flugzeugs zu verpassen, riskiert der Beobachter eher, falsche Alarme auszulösen und reagiert liberal mit mehr „ja“-Antworten.
- Relativer Gewinn zwischen Treffer oder korrekter Zurückweisung: Werden im Versuch z. B. Treffer mit Geldzahlungen belohnt, korrekte Zurückweisungen aber nicht, tendiert die Testperson häufiger mit „ja“ zu antworten (Nutzenoptimierung).
- Mehrere Antwortkategorien sind möglich: Es ist möglich, nicht nur zwei Antworten wie „nein“ ↔ „ja“ oder „gleich“ ↔ „größer“ zuzulassen, sondern eine Ratingskala zu verwenden. Diese könnte z. B. wie folgt lauten:  
„sicher nein“ ↔ „ziemlich sicher nein“ ↔ „unsicher“ ↔ „ziemlich sicher ja“ ↔ „sicher ja“.

<sup>6</sup> Als weiteres Kriteriumsmaß wird manchmal die *likelihood ratio*  $\beta = O_{SN} / O_N = e^{c \cdot d'}$  verwendet (die Größe  $O$  ist in Abb. 4 rechts dargestellt und kann mit Tab. 2 im Anhang aus  $p$  oder  $z$  ermittelt werden). Bei Klassifikationsexperimenten mit mehr als zwei Reizen liegt die *criterion location*  $c$  auf der z-Skala bei  $z=0$  bzw. auf der  $\Psi$ -Skala bei  $\Psi = -z(\phi_0)$ .

Um benachbarte Antwortmöglichkeiten zu unterscheiden, muss die Testperson jeweils ein Kriterium setzen, in dem Beispiel also vier verschiedene. Entsprechend ergeben sich auch vier Werte für *criterion location*  $c$ . Um sich z. B. zwischen „ziemlich sicher ja“  $\leftrightarrow$  „sicher ja“ zu entscheiden, wird die Testperson sehr konservativ bleiben und die Antwort „sicher ja“ eher selten wählen, da noch andere Antwortmöglichkeiten zur Verfügung stehen (es ist aber immer noch eine Bewertung von nur zwei Testreizen).<sup>7</sup>

Ein wichtiges Hilfsmittel der Signaldetektionstheorie sind „ROC-Kurven“, welche die Trefferrate  $p(\text{hit})$  gegen die Rate falscher Alarme  $p(\text{fa})$  darstellt (Abb. 5 links). Die entsprechende Darstellung mit z-Transformierten heißt zROC (Abb. 5 rechts). Daraus lassen sich  $d'$ - und  $c$ -Werte ablesen. Die ROC-Kurven (*Receiver Operating Characteristic*) wurden ursprünglich im zweiten Weltkrieg von Elektroingenieuren und Radarspezialisten entwickelt, um Radarsignale von Flugzeugen zu analysieren.

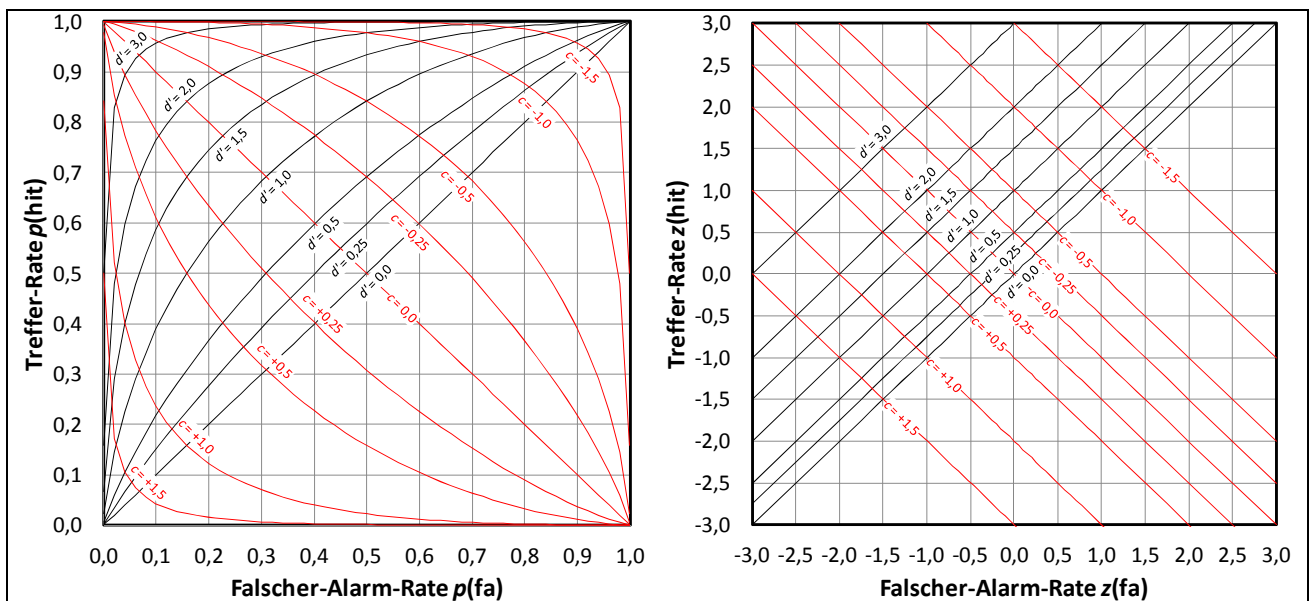


Abb. 5: Links: ROC; Rechts: zROC. Mit beiden Diagrammen der *Receiver Operating Characteristic* lassen sich aus der Rate für falsche Alarme und der Trefferrate die *detectability*  $d'$  und das *criterion*  $c$  der Antworttendenz ermitteln. Mehrere Testpersonen, welche unterschiedliche Antworttendenzen aufweisen, oder eine Testperson, deren Antworttendenz experimentell beeinflusst wurde, erzielen Datenpunkte, die auf einer Kurve (ROC) bzw. Geraden (zROC) konstanter  $d'$ -Werte liegen. Die Diagonale mit  $d'=0$  bedeutet zufällige Antworten, je näher die Kurve bzw. Gerade zur linken oberen Ecke gelangt, desto deutlicher wurde ein Unterschied wahrgenommen. Je näher ein Datenpunkt bei der linken unteren Ecke liegt ( $c > 0$ ) desto konservativer hat die Person geantwortet („Nein-Sager“), je näher zur rechten oberen Ecke ( $c < 0$ ) desto liberaler waren die Antworten („Ja-Sager“).

Die Kurven sind dann besonders hilfreich, wenn ein Datensatz von mehreren Personen vorliegt, oder wenn, wie zuvor beschrieben, eine Ratingskala verwendet wurde, welche pro Person mehrere Kriterien erfordert. Für ein gegebenes Paar von Testreizen müssten die Daten dann auf einer der Kurven mit konstantem  $d'$  liegen. Abweichungen davon können analysiert und interpretiert werden – z. B. ob die beiden Normalverteilungen ungleiche Standardabweichungen haben. Alternative, auch verteilungsfreie Kenngrößen für die Erkennbarkeit oder die Antworttendenz können ermittelt werden (näheres in [9], Kap. 3).

<sup>7</sup> Dieses Vorgehen der Erweiterung von zwei auf mehrere Antwortkategorien wird in der Signaldetektionstheorie mit dem Konzept des Bewertungsexperiments (*rating*) ausgeführt. Die Tabellen in Tab. 1 erhalten dann nicht nur zwei, sondern mehrere Datenspalten. Näheres dazu siehe Kap. 3 in [9]. Die zusätzliche Erweiterung auf gleichviele Testreize und somit Datenzeilen heißt Identifikationsexperiment.

## Schlussdiskussion

Zum Abschluss stellt sich natürlich die Frage, wie aus einer Serie von ermittelten *detectability*-Maßen  $d'$  bzw. einem daraus konstruierten Abschnitt der psychischen Skala  $\Psi$  wieder ein Zusammenhang mit der physischen Skala  $\Phi$  hergestellt werden kann. Aus der Zuordnung der Wertepaare  $(\Phi_i, \Psi_i)$  für die einzelnen Testreize  $i$  lässt sich ein psychophysisches ‚Gesetz‘ herstellen. Da ein Modell der Reizübertragung (*stimulus transduction*) nicht von vornherein vorliegt, ist dieses ein empirisches ‚Gesetz‘, das für die gerade untersuchte Situation gilt und nicht per se verallgemeinerbar ist.

Eine weitere Frage stellt sich bezüglich der Definition der Wahrnehmungsschwelle in der Signaldetektionstheorie. Sie lässt sich einfach definieren, z. B. ist  $d' = 1$  ein oft verwendeter Wert. Damit fehlt aber der für die Anwendung wichtige Bezug zur physischen Größe und zu den in der Literatur stark verbreiteten klassischen Schwellenwerten. Auch wenn das im vorangehenden Absatz erwähnte empirische psychophysische ‚Gesetz‘ hier helfen könnte, ist es einfacher, von einer linearen Beziehung zwischen  $\Phi$  und  $\Psi$  im Bereich der Schwelle auszugehen. Der Zusammenhang zwischen *detectability*  $d'(\Phi_{th})$  mit einem vorgegebenen Schwellenwert  $p(\Phi_{th})$  ergibt sich dann wie folgt:

$$d'(\Phi_{th}) = z(\Phi_{th}) - z(\Phi \leq \Phi_0) \quad (10)$$

Dabei bedeutet  $z(\Phi_{th})$  die z-Transformierte des gewünschten Schwellenwerts  $p(\Phi_{th})$  (z. B.  $z = 0$  für  $p = 0,5$ ;  $z = 0,67$  für  $p = 0,75$ ; weitere Werte siehe Tab. 2 im Anhang).  $z(\Phi \leq \Phi_0)$  ist die z-Transformierte der Falsch-Alarm-Rate  $p(\text{fa})$ , die mit der Häufigkeit der „ja“-Antworten bei Testreizen geschätzt wird, welche für die Testperson nicht mehr sichtbar sein sollten (also für  $\Phi \leq \Phi_0$ ). In ihr drückt sich die Antworttendenz der Testperson aus. Ist diese gleich Null, wird  $d'(\Phi)$  mit der z-transformierten psychometrischen Funktion identisch. Bei  $z(\Phi \leq \Phi_0) = 0$  ist  $p(\Phi \leq \Phi_0) = 50\%$ . Das heißt, Experimente mit einer Ratewahrscheinlichkeit von 50% wenn die Eigenschaft  $\Phi$  nicht wahrnehmbar ist, sind weitgehend unbeeinflusst von Antworttendenzen. Ein solches Design liegt z. B. bei 2AFC-Experimenten vor (*two-alternative forced choice*): Zwei Testreize werden dargeboten und die Testperson muss entscheiden, welcher der beiden in der untersuchten Eigenschaft (z. B. Helligkeit) ausgeprägter ist.<sup>8</sup>

In der Beleuchtungstechnik sind Untersuchungen, welche die Signaldetektionstheorie anwenden noch selten. Sie stützt sich nach wie vor auf die Grundlagen, die vor Jahrzehnten mit den damaligen Methoden der Psychophysik erarbeitet wurden. Je nach Untersuchungsmethodik leiden diese mehr oder weniger stark darunter, die Antworttendenz nicht zu berücksichtigen. Jetzt ist eine Zeit da, in der durch neue Technologien bedingt, viele Untersuchungen wiederholt werden müssen. Da wäre es sinnvoll, gleichzeitig die Signaldetektionstheorie anzuwenden und damit auch die aktuellsten Kenntnisse der Psychophysik zu berücksichtigen. Anzumerken sei zum Schluss noch, dass die Signaldetektionstheorie auch auf mehrdimensionale psychische Konstrukte erweiterbar ist. Damit ist sie auch ein Werkzeug für Untersuchungen in der Farbmeterik.

---

<sup>8</sup> Sind die für (10) benötigten Daten z. B. in einem älteren wissenschaftlichen Artikel nicht angegeben, können sie gegebenenfalls durch lineare Extrapolation der z-transformierten PF geschätzt werden. Allerdings ist auch da eine wenigstens ungefähre Kenntnis von  $\Phi_0$  notwendig und ganze PF werden leider selten erhoben und es wird nur über die evtl. mit Antworttendenzen verfälschten Schwellen berichtet.

## **Literatur**

- [1] Bodmann W., Voit E.A. (1962): Versuche zur Beschreibung der Hellempfindung. *Lichttechnik* V14 N8 P394-400.
- [2] Bouguer P. (1760): *Traité d'optique sur la gradation de la lumière*, Paris.
- [3] Brentano F. (1874): *Psychologie vom Empirischen Standpunkt*, Vol. 1, Dunker und Humblot, Leipzig.
- [4] Eckman G. (1956): Discriminal sensitivity on the subjective continuum. *Acta Psychologica* V12 P223-243.  
Eckman G. (1959): Weber's law and related functions. *J. Psychol.* V47 P343-352.
- [5] Fechner G. T. (1860): *Elemente der Psychophysik*. Breitkopf & Härtel, Leipzig.
- [6] Gescheider G. A. (1997): *Psychophysics: The Fundamentals*. 3rd Ed., Lawrence Erlbaum Assoc., Mahwah (New Jersey), London.
- [7] Herbart J.F. (1824): *Psychologie als Wissenschaft, neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik*. Erster, synthetischer Teil. Unzer, Königsberg, S. 175f.
- [8] König A., Brodhun E. (1888): Experimentelle Untersuchungen über die psychophysische Fundamentalformel in Bezug auf den Gesichtssinn. *Sitzungsbericht der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, S. 917.  
König A., Brodhun E. (1889): Experimentelle Untersuchungen über die psychophysische Fundamentalformel in Bezug auf den Gesichtssinn, zweite Mittheilung. *Sitzungsbericht der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, S. 641.
- [9] Macmillan N. A., Creelman C. D. (2005): *Detection Theory – A User's Guide*. 2nd Ed., Lawrence Erlbaum Assoc., New York, London.
- [10] Plateau J.A.F. (1872): Sur la mesure des sensations physiques, et sur la loi qui lie l'intensité de ces sensations à l'intensité de la cause excitante. *Bulletins de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres, et des Beaux-Arts de Belgique*, V33 P376-388.
- [11] Schierz Ch. (2007): Wie wird Leuchtdichte subjektiv als Helligkeit wahrgenommen? *Lux Junior 2007*, 21.-23. Sept. 2007 in Dörfeld.
- [12] Stevens S.S. (1961): To honor Fechner and repeal his law: A power function, not a log function, describes the operating characteristic of a sensory system. *Science* V133 (13. Jan) P80-86.
- [13] Tanner W.P., Swets J.A. (1954): A decision-making theory of visual detection. *Psychological Review*, V61 P401-409.
- [14] Thurstone L.L. (1927): A law of comparative judgment. *Psychological Review*, V34 P273-286.
- [15] Weber E. H. (1834): *De pulsu, resorptione, auditu et tactu. Annotationes anatomicae et physiologicae*. C. F. Koehler, Leipzig.

## Anhang

Tab. 2: Tabelle der den relativen Häufigkeiten  $p$  zugeordneten  $z$ -Werte und Ordinatenwerte  $O$  der Normalverteilung. In Microsoft EXCEL sind dafür folgende Funktionen vorgesehen:

Deutschsprachige Versionen:

$z=STANDNORMINV(p)$

$p=STANDNORMVERT(z)$

$O=NORMVERT(z;0;1;0)$

Englischsprachige Versionen:

$z=NORMSINV(p)$

$p=NORMSDIST(z)$

$O=NORMDIST(z;0;1;0)$

$p$	$z$	$O$	$p$	$z$	$O$	$p$	$z$	$O$	$p$	$z$	$O$
0,01	-2,33	0,027	0,26	-0,64	0,324	0,51	0,03	0,399	0,76	0,71	0,311
0,02	-2,05	0,048	0,27	-0,61	0,331	0,52	0,05	0,398	0,77	0,74	0,304
0,03	-1,88	0,068	0,28	-0,58	0,337	0,53	0,08	0,398	0,78	0,77	0,296
0,04	-1,75	0,086	0,29	-0,55	0,342	0,54	0,10	0,397	0,79	0,81	0,288
0,05	-1,64	0,103	0,30	-0,52	0,348	0,55	0,13	0,396	0,80	0,84	0,280
0,06	-1,55	0,119	0,31	-0,50	0,353	0,56	0,15	0,394	0,81	0,88	0,271
0,07	-1,48	0,134	0,32	-0,47	0,358	0,57	0,18	0,393	0,82	0,92	0,262
0,08	-1,41	0,149	0,33	-0,44	0,362	0,58	0,20	0,391	0,83	0,95	0,253
0,09	-1,34	0,162	0,34	-0,41	0,366	0,59	0,23	0,389	0,84	0,99	0,243
0,10	-1,28	0,175	0,35	-0,39	0,370	0,60	0,25	0,386	0,85	1,04	0,233
0,11	-1,23	0,188	0,36	-0,36	0,374	0,61	0,28	0,384	0,86	1,08	0,223
0,12	-1,17	0,200	0,37	-0,33	0,378	0,62	0,31	0,381	0,87	1,13	0,212
0,13	-1,13	0,212	0,38	-0,31	0,381	0,63	0,33	0,378	0,88	1,17	0,200
0,14	-1,08	0,223	0,39	-0,28	0,384	0,64	0,36	0,374	0,89	1,23	0,188
0,15	-1,04	0,233	0,40	-0,25	0,386	0,65	0,39	0,370	0,90	1,28	0,175
0,16	-0,99	0,243	0,41	-0,23	0,389	0,66	0,41	0,366	0,91	1,34	0,162
0,17	-0,95	0,253	0,42	-0,20	0,391	0,67	0,44	0,362	0,92	1,41	0,149
0,18	-0,92	0,262	0,43	-0,18	0,393	0,68	0,47	0,358	0,93	1,48	0,134
0,19	-0,88	0,271	0,44	-0,15	0,394	0,69	0,50	0,353	0,94	1,55	0,119
0,20	-0,84	0,280	0,45	-0,13	0,396	0,70	0,52	0,348	0,95	1,64	0,103
0,21	-0,81	0,288	0,46	-0,10	0,397	0,71	0,55	0,342	0,96	1,75	0,086
0,22	-0,77	0,296	0,47	-0,08	0,398	0,72	0,58	0,337	0,97	1,88	0,068
0,23	-0,74	0,304	0,48	-0,05	0,398	0,73	0,61	0,331	0,98	2,05	0,048
0,24	-0,71	0,311	0,49	-0,03	0,399	0,74	0,64	0,324	0,99	2,33	0,027
0,25	-0,67	0,318	0,50	0,00	0,399	0,75	0,67	0,318			