Digitale Regelungssysteme: Übungsklausur 8

Bearbeitungszeit: 90 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

20 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_k, \qquad x_0 \in \mathbb{R}^2 \\ y_k &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} x_k \end{aligned} \tag{1}$$

mit Ausgangsrückführung $u_k = K_p(r_k - y_k)$ mit $K_p = 3$.

a) Ist das System (1) vollständig erreichbar?

b) Geben Sie das Zustandsraummodell des geschlossenen Regelkreises an!

c) Bestimmen Sie für den Anfangswert $x_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T$ die homogene Lösung x_k des geschlossenen Regelkreises!

Hinweise: *Die Zustandstransformation*

$$\tilde{x}_k = T\,x_k \qquad \textit{mit} \qquad T = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

transformiert die Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises auf Jordan-Normalform.
Die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises besitzt nur einen linear unabhängigen Eigenvektor.

Aufgabe 2

18 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete SISO System

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_k$$

$$y_k = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \end{pmatrix} x_k$$

a) Seien $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$. Bestimmen Sie die Beobachterverstärkung $\hat{k} \in \mathbb{R}^3$ für den vollständigen Beobachter, so dass der Schätzfehler Dead-beat-Verhalten aufweist!

b) Ist das System vollständig beobachtbar, wenn *jeweils genau einer* der Zustände also entweder x_1, oder x_2, oder x_3 gemessen wird? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

Aufgabe 3

18 Punkte

Gegeben ist die zeitdiskrete Regelstrecke in Abbildung 1 bestehend aus einer Reihenschaltung von Aktuator $G_1(z)$ und Prozess $G_2(z)$ mit

$$G_1(z) = \frac{z-2}{z+0{,}75} \qquad \text{und} \qquad G_2(z) = \frac{z+1}{z^2 - 2{,}5z + 1}\,. \tag{2}$$

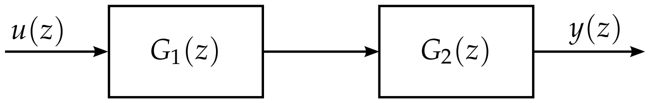

Abbildung 1: Regelstrecke mit Aktuator $G_1(z)$ und Prozess $G_2(z)$.

a) Geben Sie die Zustandsraumrealisierung der Reihenschaltung $G_2(z)G_1(z)$ in Regelungsnormalform an!

b) Ist dies eine minimale Realisierung des Ein-Ausgangsverhaltens $G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = G_2(z)G_1(z)$? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

c) Bestimmen Sie die Polstellen der Übertragungsfunktion $G(z)$ und geben Sie eine *minimale* Realisierung des Ein-Ausgangsverhaltens $G(z)$ an!

d) Ist der homogene Teil der Reihenschaltung (2) asymptotisch stabil?
(Begründen Sie Ihre Aussage!)

e) Ist das Ein-Ausgangsverhalten der Reihenschaltung (2) BIBO-stabil?
(Begründen Sie Ihre Aussage!)

Aufgabe 4

14 Punkte

Gegeben ist die homogene Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & \pi \\ -\pi & -1 \end{pmatrix} x(t), \qquad x(0) = x_0 \tag{3}$$

eines zeitkontinuierlichen Systems.

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte des zu (3) gehörenden zeitdiskreten Abtastsystems mit Halteglied nullter Ordnung (ZOH) und einer Abtastzeit von $T_a = 2$ sec.

b) Stellen Sie die Eigenwerte des zeitkontinuierlichen sowie des zeitdiskreten Systems in der s- bzw. z-Ebene in Abbildung 2 dar.

c) Geben Sie die Dynamikmatrizen zweier weiterer zeitkontinuierlicher Systeme an, die bei der Abtastzeit $T_a = 2$ sec das identische zeitdiskrete Verhalten aufweisen!
(Begründen Sie Ihre Aussage!)

d) Welche Abtastzeit empfehlen Sie zur Abtastung des zeitkontinuierlichen Systems (3)?
(Begründen Sie Ihre Aussage!)

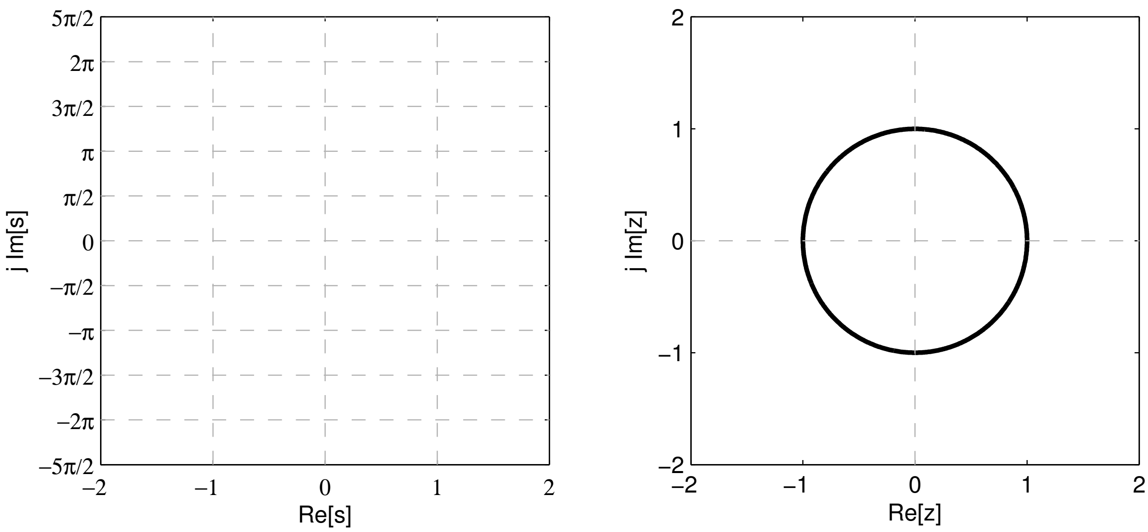

Abbildung 2: Zeichenraster für die Eigenwerte