Digitale Regelungssysteme - Übungsklausur 13

Bearbeitungszeit: 90 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Abgabe: ________

Zusatzblätter: ____

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
max. Punkte	XX	XX	XX	XX	XX
erreichte Punkte					
				Note	

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten

Aufgabe 1

10 Punkte

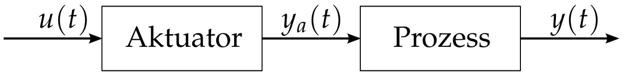

Abbildung 1: Reihenschaltung eines Aktuators mit einem Prozess

Gegeben ist die Reihenschaltung von Aktuator und Prozess aus Abbildung 1. Der Aktuator ist durch die skalare Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \dot{x}_a(t) &= -2\,x_a(t) + u(t) \\ y_a(t) &= 2\,x_a(t) \end{aligned}$$

beschrieben und der Prozess ist wie folgt modelliert:

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x_p(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} y_a(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x_p(t)\,. \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie das zeitkontinuierliche Zustandsraummodell der gesamten Reihenschaltung:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c\,x(t) + B_c\,u(t) \\ y(t) &= C_c\,x(t)\,, \end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_p(t) \\ x_a(t) \end{pmatrix}.$$

b) Das System (1) soll im Abtastregelkreis mit Halteglied nullter Ordnung betrieben werden. Bestimmen Sie die Matrizen (A, B, C) des Abtastsystems für die allgemeine Abtastzeit T_a.

Hinweis: $\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$

Aufgabe 2

15 Punkte

Der zeitdiskrete Prozess einer abgetasteten Werkzeugmaschine mit Halteglied nullter Ordnung kann vereinfacht mit der Differenzengleichung

$$x_{k+1} = Ax_k + bu_k, \qquad x_0 \in \mathbb{R}^2$$
$$y_k = c^T x_k$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

beschrieben werden.

a) Ist die Ruhelage $x_R = 0$ des zeitdiskreten Prozesses stabil im Sinne von Lyapunov?

b) Ist der zeitdiskrete Prozess der Werkzeugmaschine vollständig erreichbar?

c) Bestimmen Sie die Parameter $k^T \in \mathbb{R}^2$ und $g \in \mathbb{R}$ der Zustandsrückführung

$$u_k = k^T x_k + g\, r_k$$

so, dass der geschlossene Regelkreis Dead-beat-Verhalten aufweist und eine stationäre Verstärkung von 1 hat.

d) Die Zustandsrückführung soll nun durch die Kaskasenstruktur in Abbildung 2 implementiert werden.

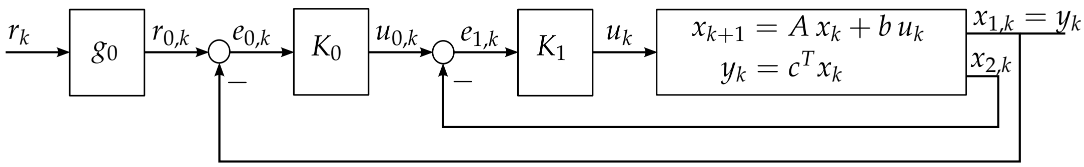

Abbildung 2: klassische P-P-Kaskadenregelung mit Vorfilter g_0

Ermitteln Sie das Regelgesetz u_k der Kaskadenregelung aus dem Blockschaltbild und bestimmen Sie die Parameter $g_0, K_0, K_1 \in \mathbb{R}$, die die unter c) bestimmte Zustandsrückführung implementieren.

Aufgabe 3

10 Punkte

Gegeben ist die Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A\, x_k + b\, u_k \\ y_k &= c^T\, x_k. \end{aligned}$$

a) Geben Sie die Differenzengleichung des vollständigen Beobachters an.

b) Geben Sie das Regelgesetz für eine PI-Zustandsrückführung sowie die Differenzengleichung des um den Integriererzustand x_I erweiterten Zustandsraummodells an.

c) Die Schätzung des Beobachters $\hat{x}_k$ werde nun für die PI-Zustandsrückführung verwendet. Substituieren Sie entsprechend im Regelgesetz und geben Sie die Differenzengleichung des geschlossenen Regelkreises mit Schätzfehlerdynamik $\hat{e}_k = \hat{x}_k - x_k$ an.

Hinweis: Betrachten Sie den Zustandsvektor $(x^T \;\; x_I \;\; \hat{e}^T)^T$.

d) Gilt das Separationsprinzip auch für diese Regelkreisstruktur? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 4

14 Punkte

Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 5 & 5 & \frac{-1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} \frac{-4}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} x_k. \end{aligned}$$

a) Ist die gegebene Zustandsraumdarstellung eine minimale Realisierung?
(Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\frac{Y(z)}{U(z)}$.

c) Ist das Ein-Ausgangsverhalten BIBO-Stabil?

d) Geben Sie die Minimalrealisierung in Regelungsnormalform an.