

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 1

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz¹ nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

4 Punkte

Gegeben sei folgende nichtlineare Differentialgleichung

$$\dot{y} = 5y^2 - 4y + u.$$

- Geben Sie die stationäre Lösung (u^*, y^*) der Differentialgleichung an!
- Linearisieren Sie die Differentialgleichung am Betriebspunkt $(u^*, y^*) = (-4, -1)$!
- Stellen Sie anhand der in (b) berechneten linearisierten Differentialgleichung die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ unter Annahme verschwindender Anfangsbedingungen auf!

Aufgabe 2

3 Punkte

Bestimmen Sie die stationäre Verstärkung K der angegebenen Übertragungsfunktionen mittels des Grenzwertsatzes der Laplacetransformation, sofern dieser anwendbar ist!

a)

$$G_1(s) = \frac{2(s+2)}{(s+4)(s^2+0,2s+0,1)}$$

b)

$$G_2(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-2)}$$

¹In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 1

Aufgabe 3

8 Punkte

Gegeben sei die Streckenübertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ und der Regler mit $C(s) = \frac{s+2}{s+3}$ im Standardregelkreis.

- Geben Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Polynomialform an!
- Zeigen Sie, dass der Standardregelkreis intern stabil ist!
- Welche Aussage können Sie über den stationären Endwert der Sprungantwort der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ treffen?

Aufgabe 4

9 Punkte

Gegeben sei die BIBO stabile Übertragungsfunktion $G(s)$ mit dem in Abbildung 1 (auf Seite 3) dargestellten Frequenzgang.

- Welchen Relativgrad r hat $G(s)$? Begründen Sie Ihre Aussage!
- Die Übertragungsfunktion kann als Serienschaltung von mehreren einfachen Übertragungsgliedern betrachtet werden. Geben Sie $G(s)$ als Serienschaltung dieser Übertragungsglieder allgemein in Zeitkonstantenform an! Geben Sie die Vorzeichen der Pol- und Nullstellen an!
- Welchen Wert hat die stationäre Verstärkung von $G(s)$?
- Zeichnen Sie entsprechend der vermuteten Struktur die Asymptoten an den Amplitudengang und bestimmen Sie die Knickfrequenzen der einzelnen Terme von $G(s)$!
- Geben Sie als Zusammenfassung Ihrer Ergebnisse der Teilaufgaben (b), (c) und (d) die Übertragungsfunktion $G(s)$ in Zeitkonstantenform an!
- Ist $G(s)$ minimalphasig? Begründen Sie Ihre Aussage!

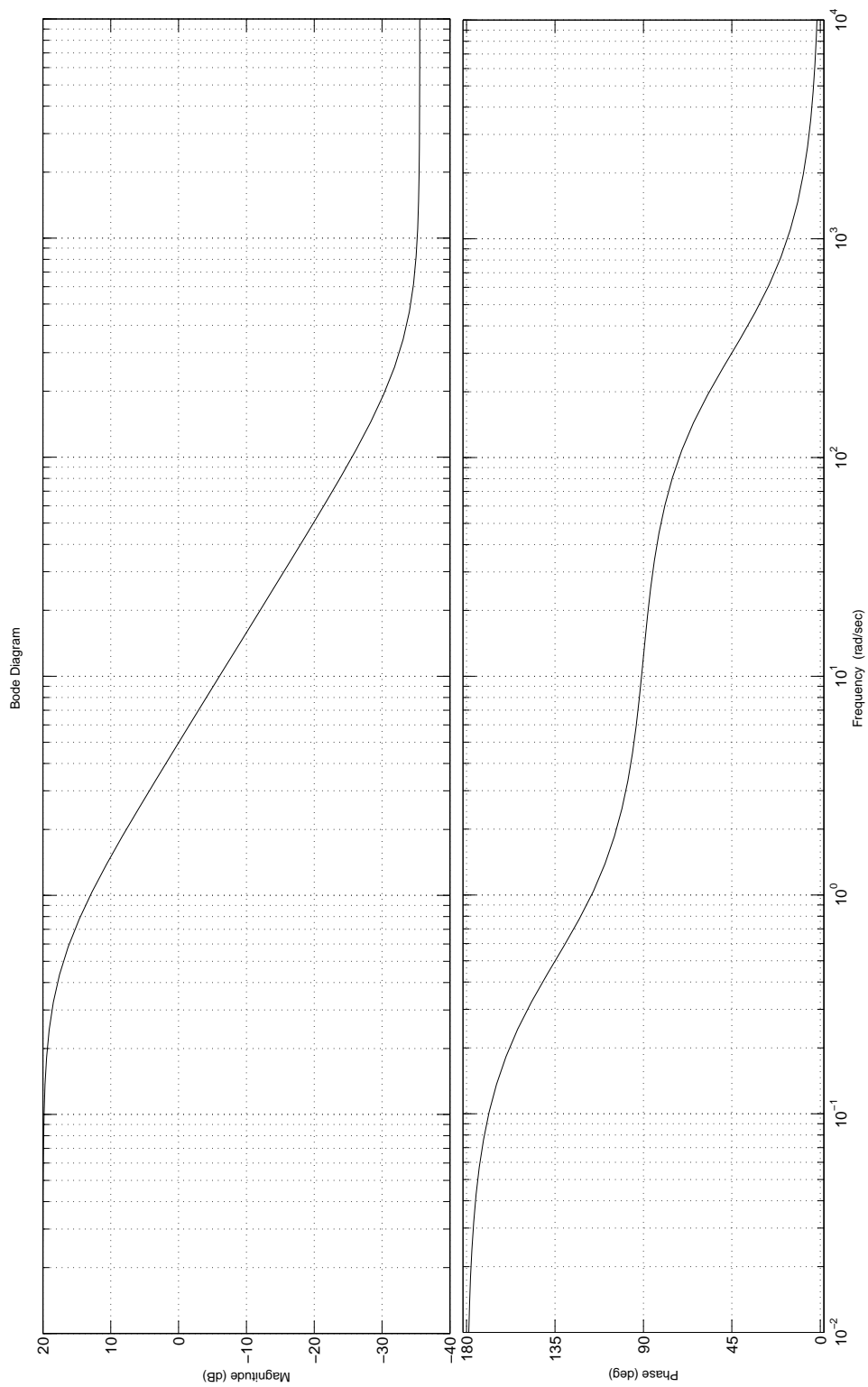


Abbildung 1: Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion $G(s)$ in Aufgabe 4

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 1

Aufgabe 5

7 Punkte

Gegeben sei der Standardregelkreis mit der Strecke

$$G(s) = \frac{(s+3)(s+4)}{(s-1)(s-2)(s+1)},$$

und dem Regler

$$C(s) = \bar{K} \frac{(s+2)(s+1)}{(s+4)(s+3)} \quad \text{mit} \quad \bar{K} = \frac{3}{2}.$$

Die Stabilität des Führungsverhaltens $T(s)$ soll anhand der offenen Kette $L(s)$ bestimmt werden. Die Ortskurve des Frequenzgangs $L(j\omega)$ ist in Abbildung 2 für $\omega = 0$ bis $\omega = \infty$ dargestellt, wobei der Pfeil in Richtung wachsender Frequenzen zeigt.

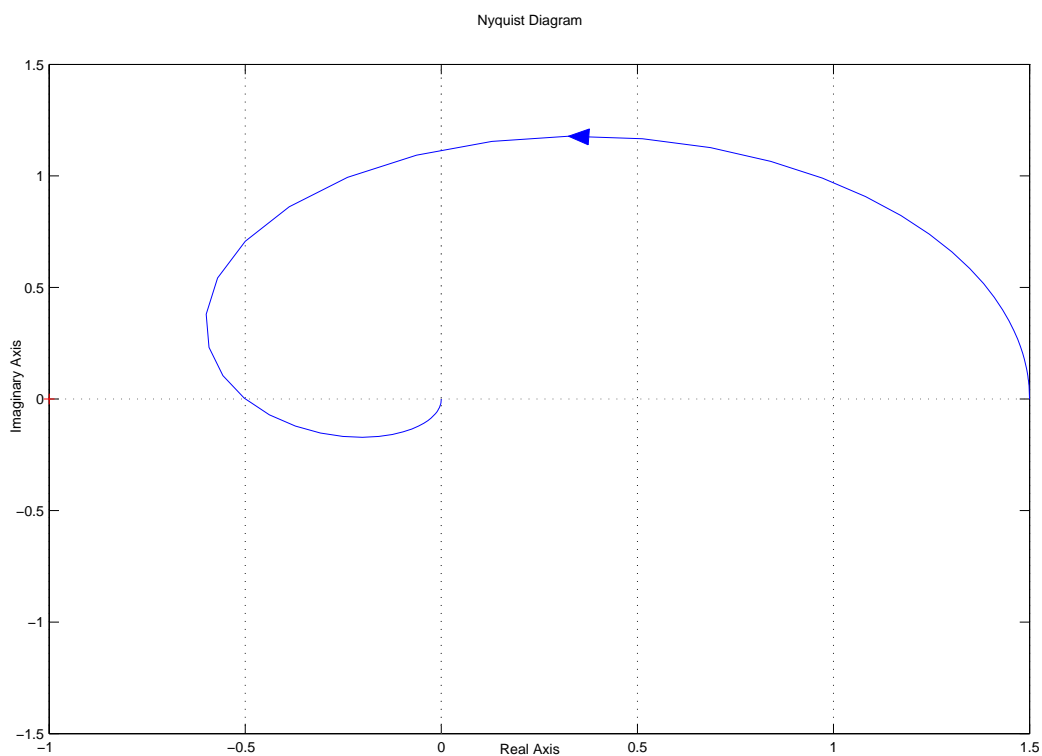


Abbildung 2: Ortskurve $L(j\omega)$

- Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Ast der Ortskurve $L(j\omega)$ für $\omega = -\infty$ bis $\omega = 0$! Machen Sie dabei die Richtung anwachsender Frequenz durch eine Pfeilspitze deutlich!
- Geben Sie die stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L(j\omega)$ für $\omega = -\infty$ bis $\omega = \infty$ an! Welche stetige Winkeländerung der Ortskurve $1 + L(j\omega)$ ist nach dem Nyquistkriterium für Stabilität von $T(s)$ gefordert? Ist das Führungsverhalten BIBO stabil?
- Markieren Sie auf der Ortskurve diejenige Stelle ω_0 , für die gilt: $\arg(L(j\omega_0)) = -180^\circ$! Lesen Sie die Verstärkung $|L(j\omega_0)|$ ab!
- Geben Sie den Wertebereich des Faktors \bar{K} für $\bar{K} > 0$ an, für den das Führungsverhalten BIBO stabil ist!

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 1

Aufgabe 6

9 Punkte

Gegeben sei der Standardregelkreis mit der Streckenübertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{10 - s}{10 + s}$$

und dem Regler mit der Übertragungsfunktion

$$C(s) = \frac{K_P}{s} \quad \text{mit} \quad K_P = \frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5,8 \hat{=} 15,2 \text{ dB.}$$

- Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des Übertragungsgliedes $G(s)$ in das Zeichenraster in Abbildung 3! Welche Filtereigenschaft hat $G(s)$?
- Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der offenen Kette $L(s)$ in das Zeichenraster in Abbildung 4!
- Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion $L(s)$ vom einfachen Typ ist!
- Tragen Sie den Phasenrand in das Bode-Diagramm von $L(s)$ ein!
- Ist das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises BIBO stabil? Begründen Sie Ihre Aussage anhand der Ergebnisse aus Teilaufgabe (d)!
- Bestimmen Sie die positive kritische Reglerverstärkung $K_{P,krit}$!

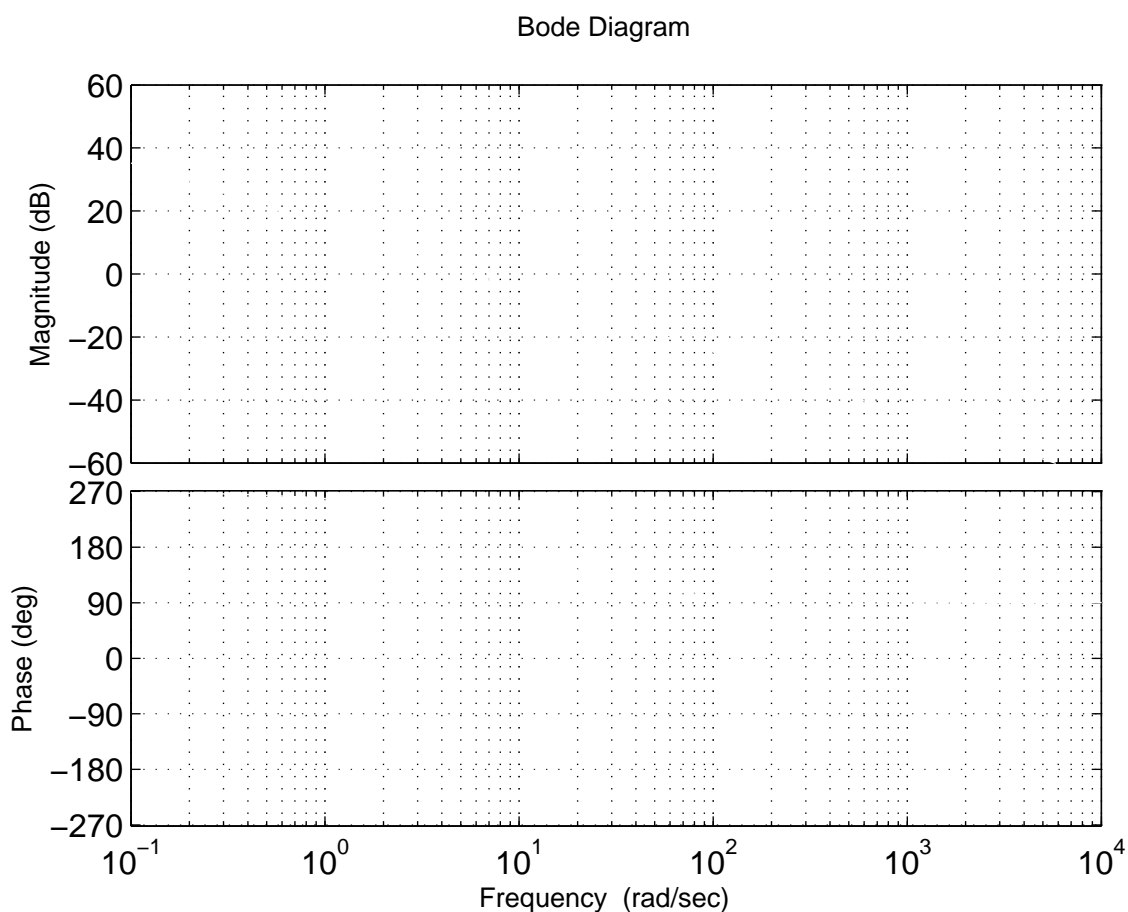


Abbildung 3: Zeichenraster für das Bode-Diagramm von $G(s)$

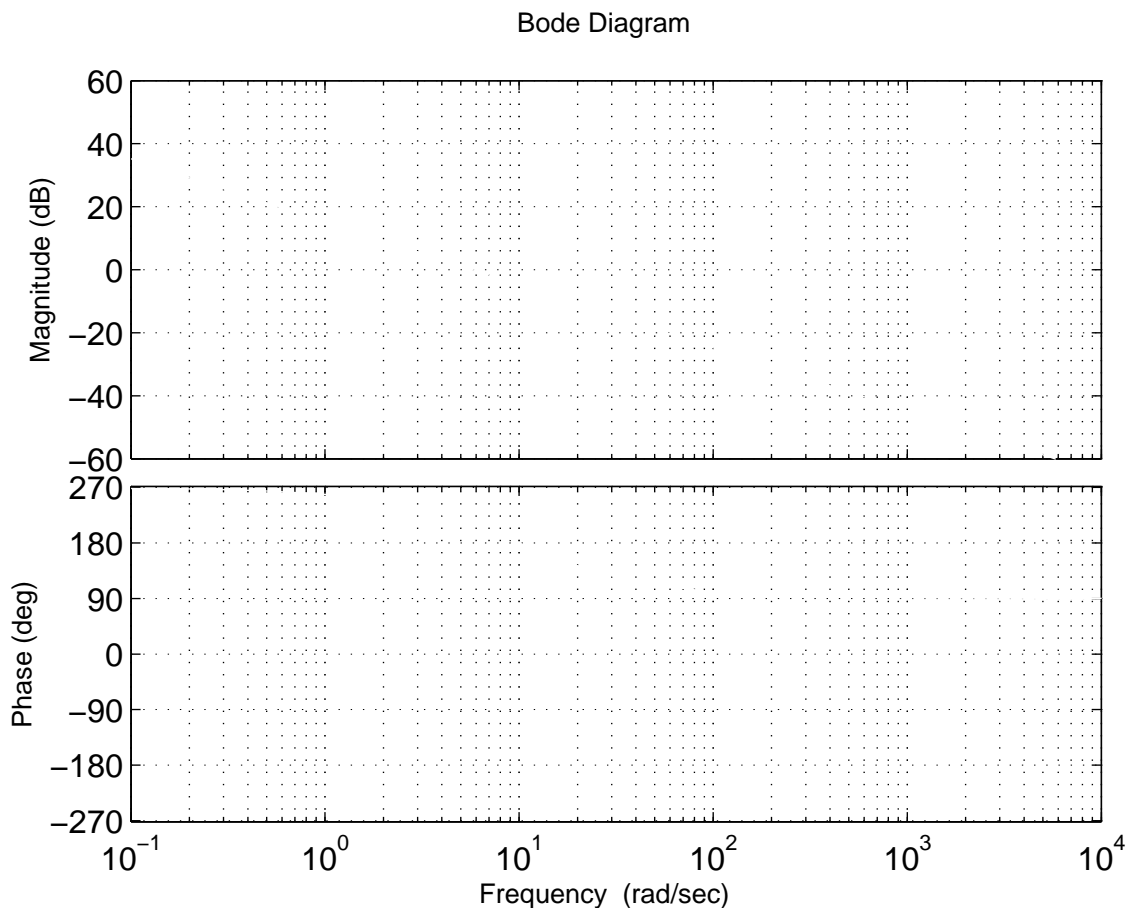


Abbildung 4: Zeichenraster für das Bode-Diagramm von $L(s)$

Aufgabe 7

8 Punkte

Gegeben sei die I-T₁-Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{15}{s(s+1)}$$

und der Regler $C(s)$ im Standardregelkreis.

Die Übertragungsfunktion $C(s)$ soll mit dem Frequenzkennlinienverfahren so entworfen werden, dass die Führungssprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit von $t_r = \frac{3}{2\sqrt{3}}$ [s] und eine Überschwingweite von $M_p = 15[\%]$ aufweist.

Nehmen Sie dabei an, dass die offene Kette des Regelkreises vom einfachen Typ ist!

a) Formulieren Sie anhand der Spezifikation der Führungssprungantwort Entwurfsvorgaben für den Frequenzgang der offenen Kette!

b) Entwerfen Sie einen PD-Regler $C(s) = K_P \frac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1}$, durch den die in (a) bestimmten Anforderungen an die offene Kette erfüllt werden! Dabei soll $\tau_2 = \frac{1}{20}$ vorgegeben sein.

Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 1

Falls es für Ihre Lösung hilfreich ist, finden Sie in Tabelle 1 die Werte der Tangens-Funktion für einige wichtige Argumente.

φ [°]	φ [rad]	$\tan(\varphi)$
0°	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\infty$
$\approx 5^\circ$		$\frac{\sqrt{3}}{20}$

Tabelle 1: Wertetabelle der Tangens-Funktion

Aufgabe 8

4 Punkte

Gegeben sei die Strecke

$$G(s) = \frac{s - 10}{(s + 1)(s + 2)}.$$

- Welche Bedingungen muss eine beliebige Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ erfüllen, so dass sie für die Strecke $G(s)$ implementierbar ist?
- Es sei das implementierbare Führungsverhalten

$$T(s) = \frac{s - 10}{(s + 2)^2}$$

des geschlossenen Standardregelkreises mit Strecke $G(s)$ gegeben. Bestimmen Sie mit der direkten Reglerberechnung denjenigen Regler $C(s)$, der $T(s)$ implementiert!