Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 11

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

10 Punkte

Gegeben ist die Regelstrecke mit nichtlinearer Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + \sin\left(\dot{y}(t)\right)\dot{y}(t) + \dot{y}(t) + y^2(t) - 2y(t) + 1 = \dot{u}(t)^2 + \dot{u}(t) - u(t)$$

a) Zeigen Sie, dass $(y^\star, u^\star) = (2, -1)$ ein Betriebspunkt des Systems ist!

b) Linearisieren Sie das System am Betriebspunkt $(y^\star, u^\star) = (2, -1)$ und berechnen Sie die Übertragungsfunktion des linearisierten Systems!

c) Ist die Übertragungsfunktion minimalphasig?

[1] In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.

Aufgabe 2

25 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Regelstrecke

$$G(s) = \frac{-5}{s\,(1-10s)}$$

und Regler

$$C(s) = K\frac{1-10s}{1+0,1s}$$

mit $K \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises!

b) Ist der Regelkreis intern stabil?
(Begründen Sie Ihre Aussage, eine Rechnung ist zwingend erforderlich!)

c) Berechnen Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Führungsverhaltens im geschlossenen Regelkreis für $K = -0,5$! Nutzen Sie hierfür die unten angegebene Korrespondenztabelle der Laplace-Transformation!

d) In Abbildung 1 sind Sprungantworten einiger linearer Systeme dargestellt. Ordnen Sie Ihre Lösung einer Sprungantwort zu und begründen Sie Ihre Auswahl!

Hinweis: Die Zuordnung ist auch ohne Berechnung von $y(t)$ möglich.

e) Sei $K < 0$. Können sprungförmige Ausgangsstörungen $D_o(s) = \frac{1}{s}$ für $t \to \infty$ vollständig kompensiert werden?

Originalfunktion	Bildfunktion	Konvergenzbereich
$f(t) = 1$	$F(s) = \frac{1}{s}$	$\Re\{s\} > 0$
$f(t) = t^n$	$F(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$	$\Re\{s\} > 0$
$f(t) = e^{-a\,t}$	$F(s) = \frac{1}{s+a}$	$\Re\{s\} > -a$
$f(t) = t^n e^{-a\,t}$	$F(s) = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$	$\Re\{s\} > -a$
$f(t) = \sin \omega t$	$F(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\Re\{s\} > 0$
$f(t) = \cos \omega t$	$F(s) = \frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\Re\{s\} > 0$
$f = \sigma$	$F(s) = \frac{1}{s}$	$\Re\{s\} > 0$
$f = \delta$	$F(s) = 1$	$\mathbb{C}$

Tabelle 1: Auszug einer Transformationstabelle ($n \in \mathbb{N}\,;\ a, \omega \in \mathbb{R}$)

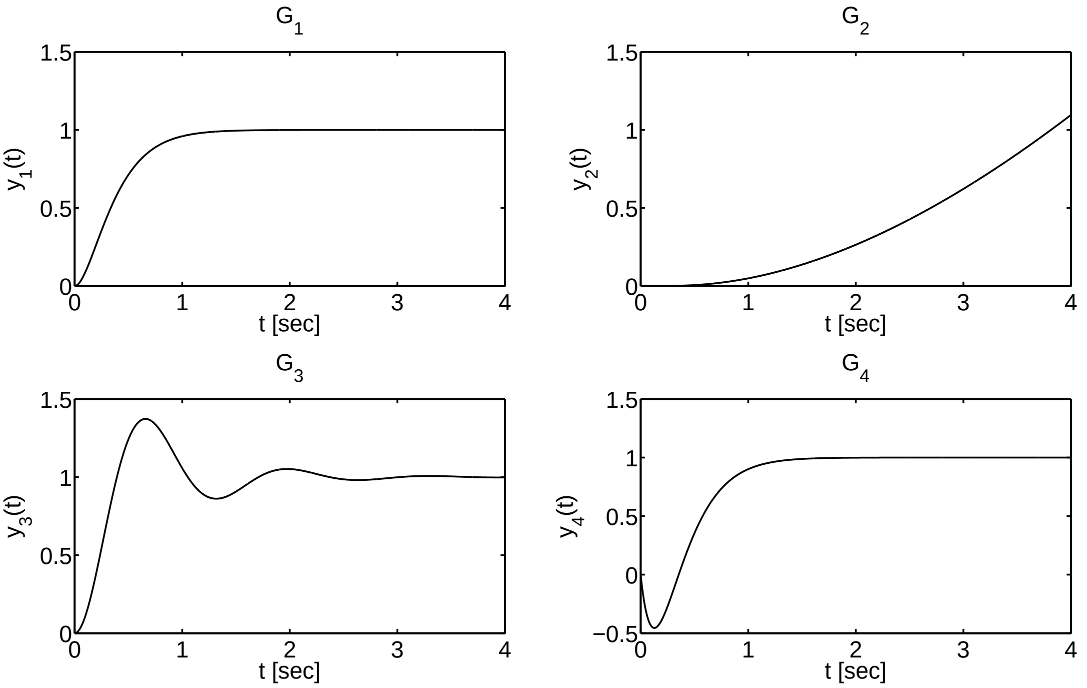


Abbildung 1: Sprungantworten

Aufgabe 3

12 Punkte

Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte Frequenzgang einer BIBO-stabilen Regelstrecke $G(s)$.

a) Wie groß ist der Relativgrad r der Übertragungsfunktion $G(s)$? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Identifizieren Sie die Lage der Pol- und Nullstellen anhand des Verlaufs von Betrags- und Phasengang! Zeichnen Sie die Asymptoten gemäß Ihrer vermuteten Struktur im Amplitudengang ein und ermitteln Sie die Knickfrequenzen der Pol- und Nullstellen!

c) Bestimmen Sie die Verstärkung und geben Sie $G(s)$ in Zeitkonstantenform an!

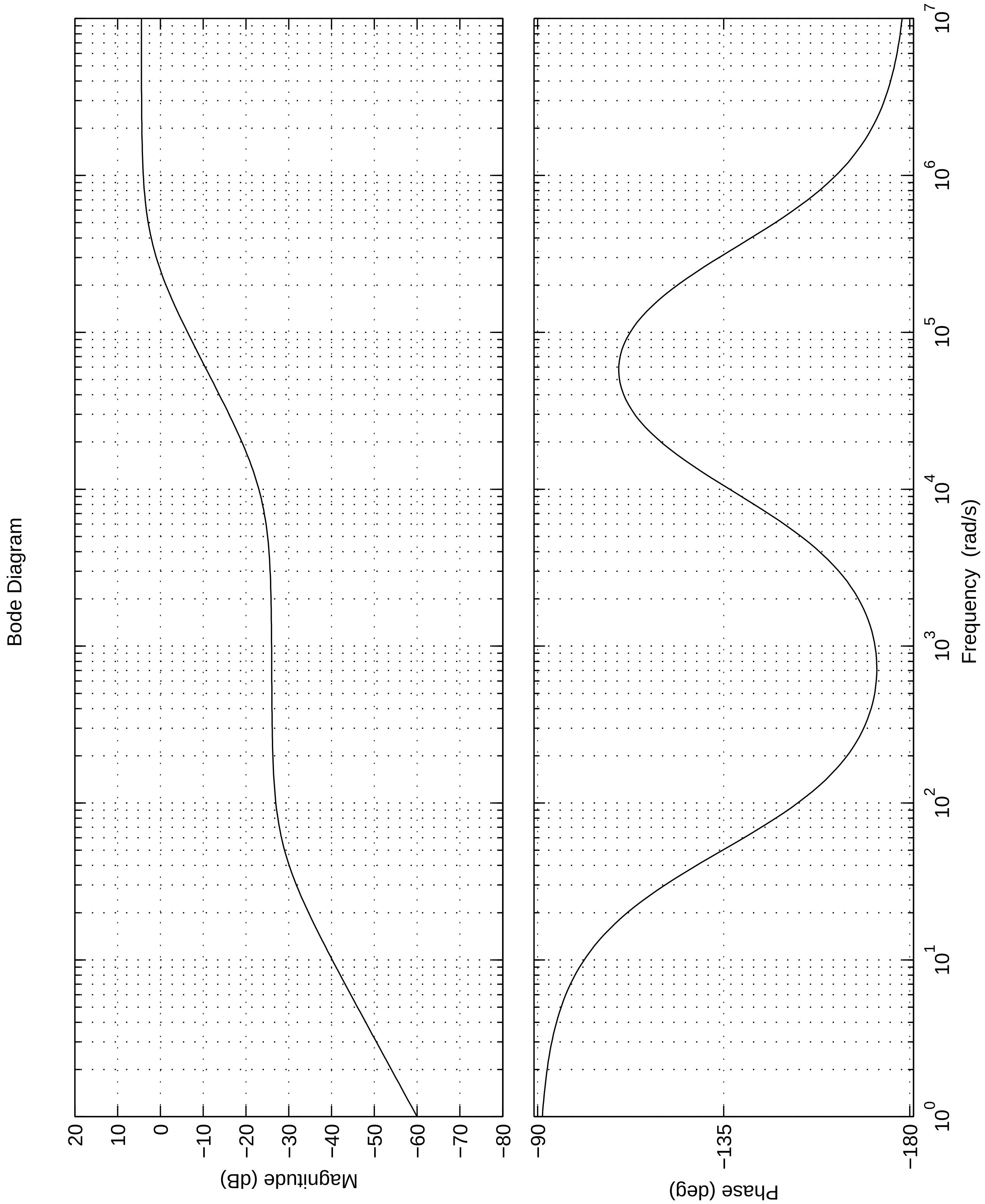


Abbildung 2: Frequenzgang der Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 4

19 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit der Regelstrecke mit Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+3)(s+5)}$$

und dem P-Regler

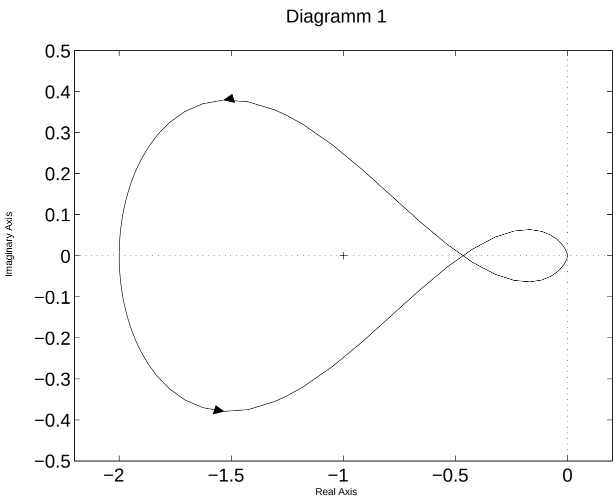
$$C(s) = K_p \qquad \text{mit} \qquad K_p > 0.$$

a) Welche Ortskurve in Abbildung 3 gehört zur Übertragungsfunktion $L(s)$ der offenen Kette? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Für welche Verstärkung K_p ist die Ortskurve dargestellt?

c) Werten Sie das Nyquist-Kriterium aus! Ist das Führungsverhalten für diese Wahl von K_p BIBO-stabil?

d) Bestimmen Sie alle Werte von $K_P > 0$, für die das Führungsverhalten BIBO-stabil ist! Lesen Sie dafür die Schnittpunkte von $L(j\omega)$ mit der reelle Achse aus der Grafik ab!



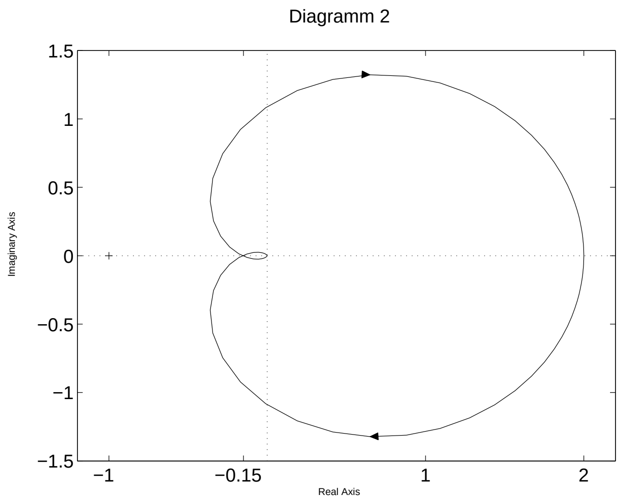


Abbildung 3: Auswahl von Ortskurven für die offene Kette

Aufgabe 5

22 Punkte

Für eine Regelstrecke im Standardregelkreis mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 3s + 2}$$

soll ein PI-Regler

$$C(s) = K_\mathrm{P}\left(1 + \frac{K_\mathrm{I}}{s}\right)$$

mit K_P, $K_\mathrm{I} > 0$ nach dem Kompensationsverfahren entworfen werden.

a) Bestimmen Sie K_I durch Kompensation der größten Streckenzeitkonstanten!

b) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der offenen Kette $L(s) = C(s)G(s)$!

c) Ist die offene Kette $L(s) = C(s)G(s)$ vom einfachen Typ?

d) Ermitteln Sie die Reglerverstärkung K_P so, dass sich in der Führungssprungantwort eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} = \frac{3}{2}$ sec einstellt! Welche Überschwingweite ergibt sich?

   Hinweis: Verwenden Sie für Ihre Rechnung die Näherung: $\arctan(\frac{1}{2}) \approx 25°$.

Sei die Regelstrecke nun zusätzlich mit einer Totzeit τ behaftet, d.h. es gilt nunmehr

$$\bar{G}(s) = \frac{10}{s^2 + 3s + 2}\, e^{-\tau s}\,.$$

Der Regler sei weiterhin wie nach Teilaufgabe b und c bestimmt.

e) Wie groß darf die Totzeit maximal sein ($\tau = \tau_\mathrm{max}$), ohne dass der Regelkreis aus totzeitbehafteter Regelstrecke $\bar{G}(s)$ und Regler $C(s)$ instabil wird?

f) Für den Fall $\tau > \tau_\mathrm{max}$ wird ein Smith-Prädiktor verwendet. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Führungsverhaltens bei Verwendung des Smith-Prädiktors mit Regler $C(s)$ an!