Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 8

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

20 Punkte

Sei $Y(s)$ die Laplace-Transformierte der Sprungantwort von $G(s)$:

$$G(s) = \frac{s+a}{(s+1)(s+2)} \qquad \text{mit} \qquad a \in \mathbb{R}\,.$$

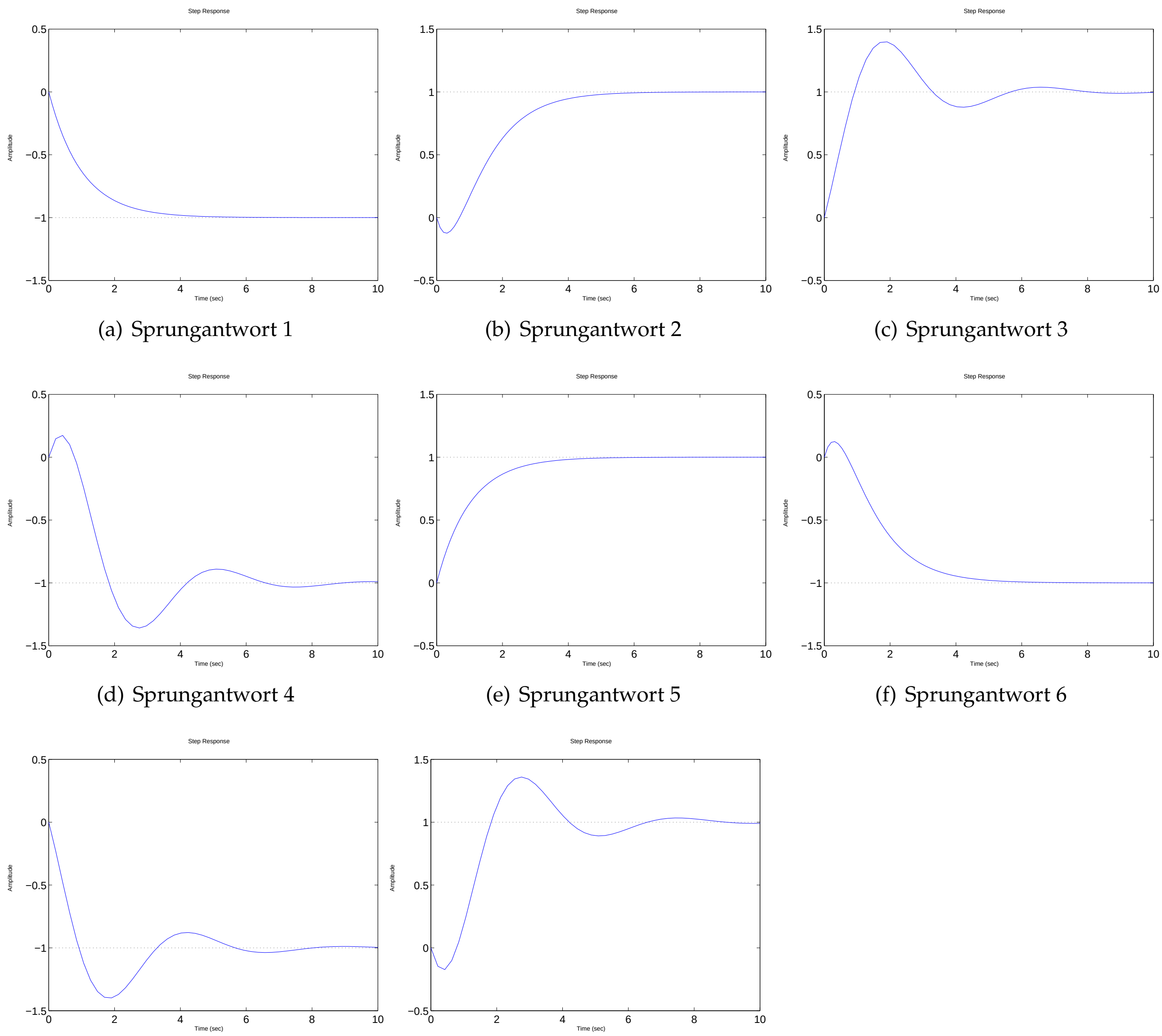
a) Berechnen Sie mit Hilfe der Grenzwertsätze und des Differentiationssatzes der Laplace-Transformation folgende Grenzwerte:

$$\lim_{t\to 0+} y(t)\,, \qquad \lim_{t\to 0+} \dot{y}(t)\,, \qquad \lim_{t\to\infty} y(t).$$

b) Bestimmen Sie die Sprungantwort $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}(t)$.
Hinweis: $\mathcal{L}\{e^{-\alpha t}\}(s) = \frac{1}{s+\alpha}$

c) Welche Sprungantwort aus Abbildung 1 zeigt die Sprungantwort von $G(s)$ für $a = -2$? (Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich!)

[1] In dieser Übungsklausur ist der freie Platz nicht enthalten.



(a) Sprungantwort 1
(b) Sprungantwort 2
(c) Sprungantwort 3
(d) Sprungantwort 4
(e) Sprungantwort 5
(f) Sprungantwort 6
(g) Sprungantwort 7
(h) Sprungantwort 8

Abbildung 1: Auswahl an Sprungantworten zu Aufgabe 1c.

Aufgabe 2 **15 Punkte**

Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte Frequenzgang einer unbekannten BIBO-stabilen Regelstrecke $G(s)$.

a) Wie groß ist der Relativgrad r der Übertragungsfunktion $G(s)$? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

b) Identifizieren Sie die Lage der Pol- und Nullstellen anhand des Verlaufs von Betrags- und Phasengang! Zeichnen Sie die Asymptoten gemäß Ihrer vermuteten Struktur im Amplitudengang ein und ermitteln Sie die Knickfrequenzen der Pol- und Nullstellen.

c) Bestimmen Sie die stationäre Verstärkung und geben Sie $G(s)$ in Zeitkonstantenform an!

d) Ist das System minimalphasig? (Begründen Sie Ihre Aussage!)

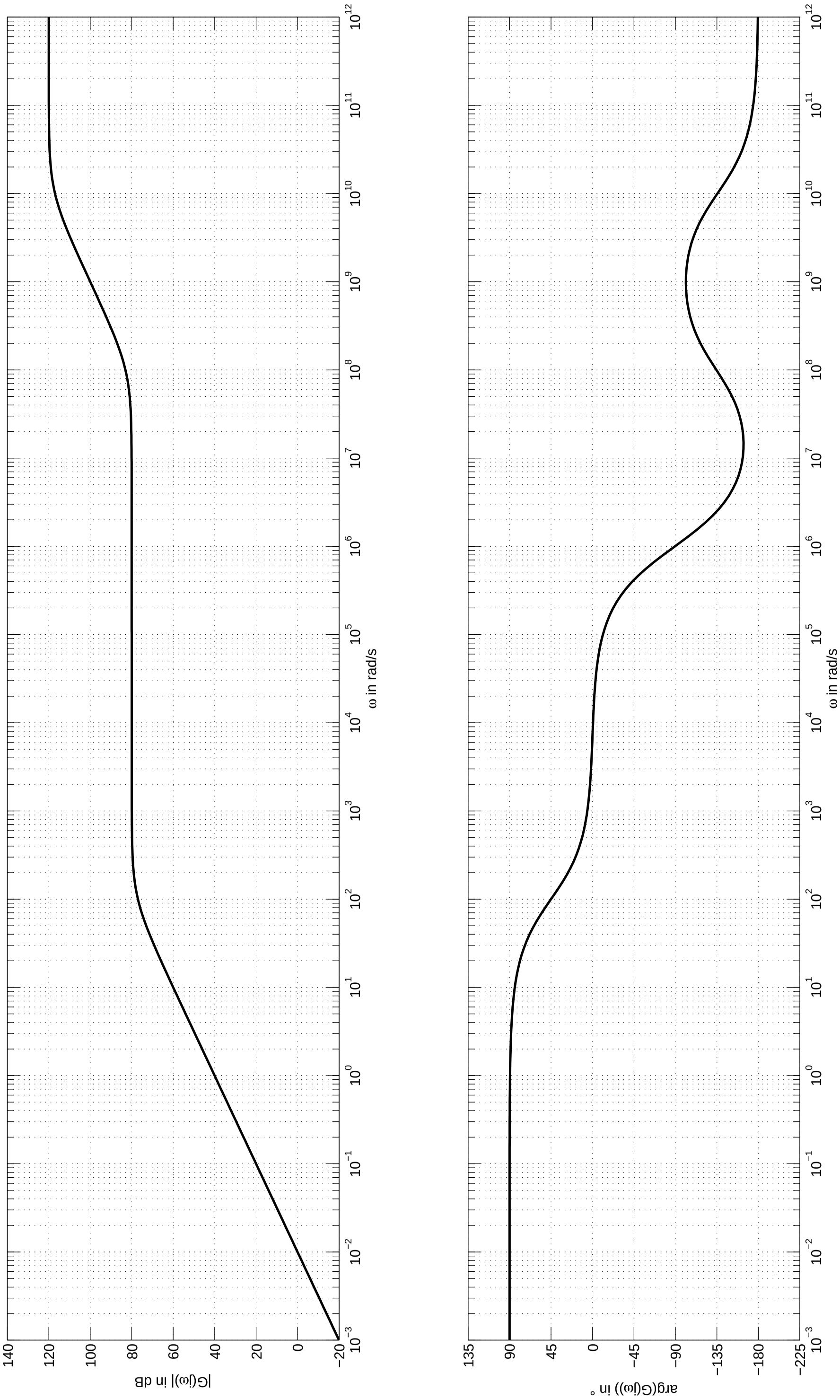


Abbildung 2: Bode-Diagramm des Frequenzgangs von G(s) in Aufgabe 2.

Aufgabe 3

15 Punkte

Gegeben ist die Übertragungsfunktion der offenen Kette im Standardregelkreis

$$L(s) = \frac{K}{(s+5)(s+1)(s+2)} \,.$$

Die Ortskurve $L(j\omega)$ für $K = 50$ ist in Abbildung 3 für $\omega > 0$ dargestellt.

a) Entscheiden Sie anhand des Nyquist-Kriteriums, ob das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil ist!

b) Berechnen Sie diejenige Frequenz $\omega_\pi > 0$, für die gilt: $\arg_s(L(j\omega_\pi)) = -180°$!

c) Berechnen Sie den Wertebereich von $K > 0$, für den das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil ist!

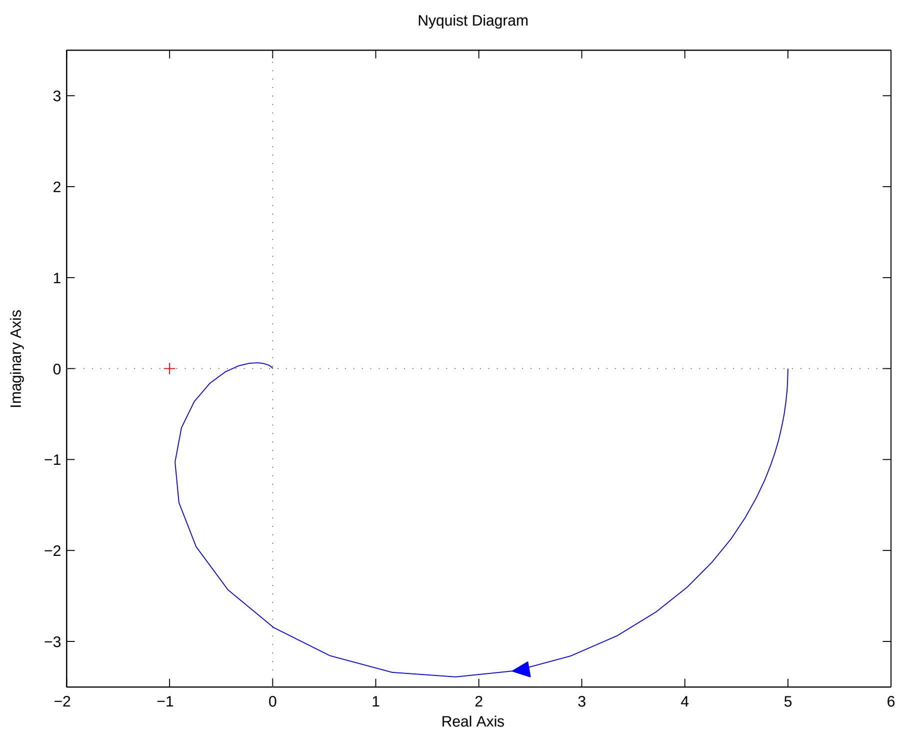


Abbildung 3: Ortskurve $L(j\omega)$

Aufgabe 4

24 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit der Regelstrecke

$$G(s) = \frac{5(s-1)}{s+5}$$

und dem Regler

$$C(s) = \frac{K(s+a)}{s(s+10)} \,.$$

a) Sei $K = 1$. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ ist der Standardregelkreis intern stabil?

b) Seien $K = 1$ und $a = -5$. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der offenen Kette in das Raster auf Seite 5!

c) Seien $K = 1$ und $a = -5$. Zeichnen Sie den Phasen- und Amplitudenrand in das Diagramm ein und lesen Sie die jeweiligen Werte ab!

d) Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ ist die offene Kette für **beliebige** $K > 0$ vom einfachen Typ? (Begründen Sie Ihre Aussage ausführlich!)

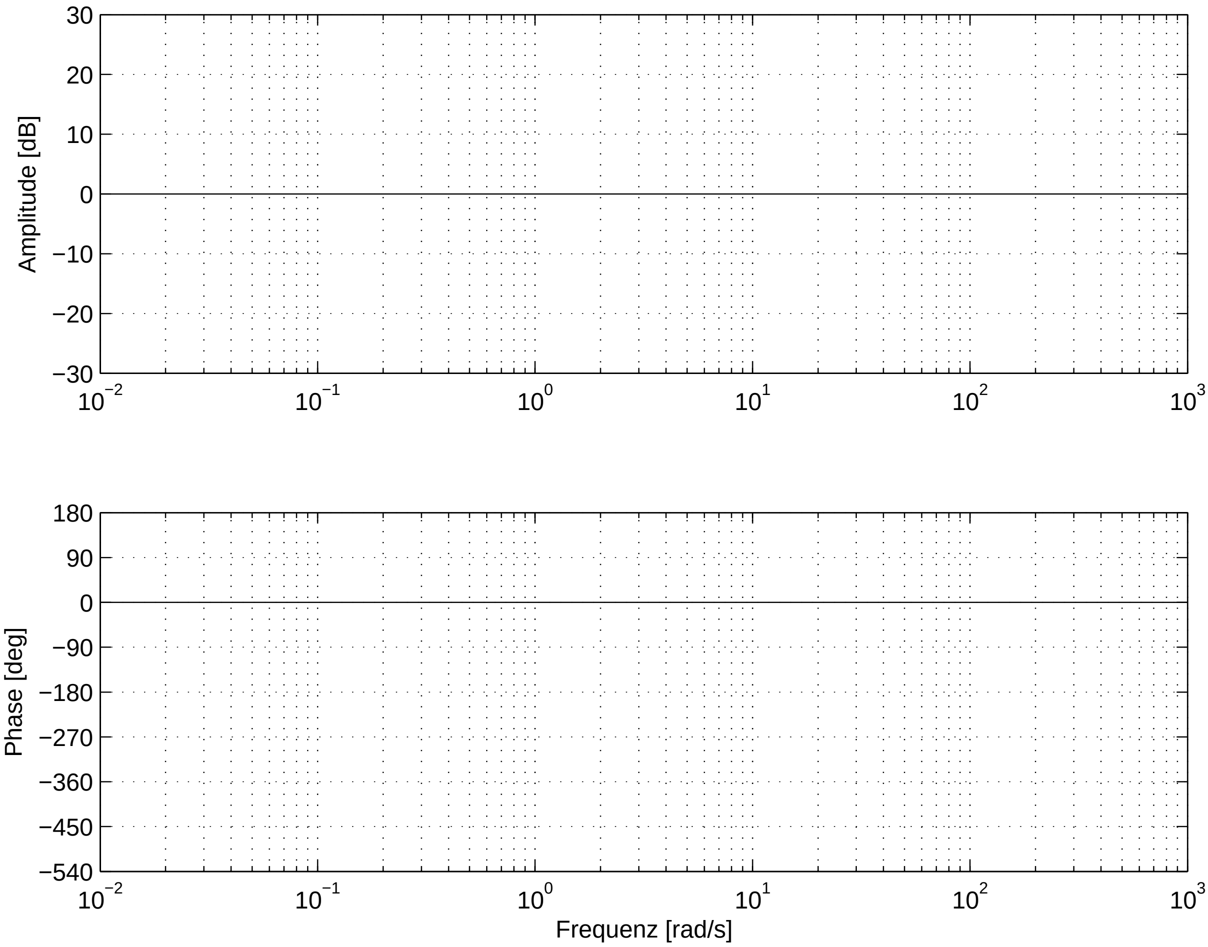


Abbildung 4: Zeichenraster für das Bode-Diagramm in Aufgabe 4

Aufgabe 5

22 Punkte

Gegeben ist ein Standardregelkreis mit Übertragungsfunktion der Regelstrecke:

$$G(s) = \frac{\sqrt{145}}{\sqrt{10}} \frac{1}{s\left(s+\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\left(s+12\right)}$$

Es soll ein Regler $C(s)$ der Form

$$C(s) = K\frac{s+3}{\tau_1 s+1}$$

mit $\tau_1, K \in \mathbb{R}$ so entworfen werden, dass für die Sprungantwort des Führungsverhaltens etwa gilt: $t_r = \frac{3}{2}[s]$ und $M_p = 40[\%]$.

Nehmen Sie in dieser Aufgabe an, dass die offene Kette $L(s)$ vom einfachen Typ ist!

a) Entwerfen Sie den Regler $C(s)$, so dass die oben genannte Spezifikation erfüllt ist!

b) Ist der Regelkreis intern stabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

c) Werden konstante Eingangsstörungen für $t \to \infty$ vollständig kompensiert? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch!

Hinweise: Aufgabenteil b und c können unabhängig von dem Ergebnis in a gelöst werden.
Falls es für Ihre Lösung hilfreich ist, finden Sie in Tabelle 1 Werte der Tangensfunktion für einige wichtige Argumente.

$\phi[°]$	$\phi[rad]$	$tan(\phi)$
$0°$	0	0
$\approx 5°$		$\frac{1}{12}$
$\approx 20°$		$\frac{1}{3}$
$\approx 25°$		$\frac{1}{2}$
$30°$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$45°$	$\frac{\pi}{4}$	1
$\approx 55°$		$\frac{3}{2}$
$60°$	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}$
$\approx 70°$		$\sqrt{10}$
$90°$	$\frac{\pi}{2}$	$\pm\infty$

Tabelle 1: Wertetabelle der Tangensfunktion