Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übung 3.2

Sommer 2018

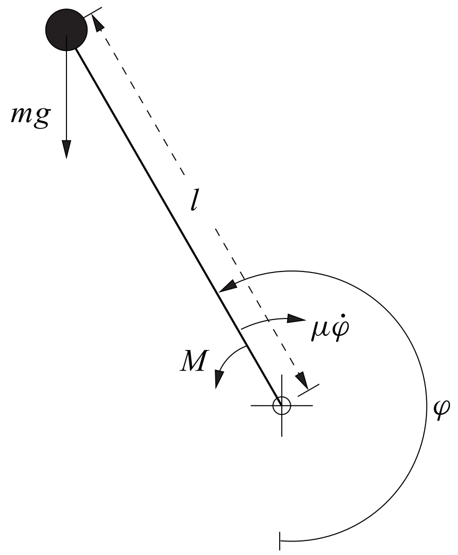
Vorbereitung

Wiederholen Sie Vorlesungs- und Übungsinhalte zu folgenden Themen:

- Linearisierung am Betriebspunkt
- Exponentielle Stabilität
- Ein-Ausgangsstabilität (BIBO-Stabilität)

Pendel - Teil 1

Die Lageregelung eines invertierten Pendels ist eine klassische Aufgabe der Regelungstechnik. Neben der beispielhaften Eignung des Systems, grundlegende Prinzipien der Regelungs- und Systemtheorie zu untersuchen, gibt es auch eine Vielzahl von praktischen Anwendungen, die sich prinzipiell mit einem Pendel modellieren lassen. So kann z. B. die Dynamik der Laufkatze einer Verladebrücke, wie sie in Seehäfen zum Verladen von Frachten verwendet wird, als Pendel modelliert werden. Aber auch ein einachsiger Elektroroller, wie er z. B. von der Firma Segway vertrieben wird, ist ein typisches Beispiel für die Regelung eines inversen Pendels.



Schematische Darstellung des starren Pendels, wobei:

M ... aufgeprägtes Drehmoment, [Nm]
l ... Länge des starren Pendels, [m]
m ... Gesamtmasse des Pendels, [kg]
g ... Gravitationskonstante, [m/s^2]
φ ... Winkel der Pendelauslenkung, [rad]
μ ... Viskose Reibung in der Aufhängung des Pendels, [Nms].

Aufgabe 1 (Modellbildung, Linearisierung)

a) Geben Sie die Bilanz der auf das Pendel wirkenden Drehmomente an und bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung in Ein-/Ausgangsdarstellung.

b) Berechnen Sie die stationäre Lösung (y^*, u^*) der gewonnenen Differentialgleichung.

c) Linearisieren Sie die Differentialgleichung am Betriebspunkt (y^*, u^*).

Aufgabe 2 (Stabilitätseigenschaften)

Wir wollen die Stabilität des Systems für drei Fälle betrachten:

BP1: das Pendel soll auf den Winkel $\varphi = 0$ geregelt werden;

BP2: das Pendel soll auf den Winkel $\varphi = \frac{\pi}{2}$ geregelt werden;

BP3: das Pendel soll auf den Winkel $\varphi = \pi$ geregelt werden.

a) Bestimmen Sie für die drei Fälle die linearisierte Ein-/Ausgangsdifferentialgleichung und geben Sie jeweils $\Delta y(t)$ und $\Delta u(t)$ an.

b) Bestimmen Sie jeweils die Übertragungsfunktion. Für welche Betriebspunkte ist die Übertragungsfunktion BIBO-stabil? Beachten Sie, dass gilt: $a_0, a_1, a_2 > 0$.

c) Untersuchen Sie jeweils den homogenen Teil der Differentialgleichung auf exponentielle Stabilität.

d) Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse zum homogenen Teil anhand des physikalischen Modells.