

Regelungs- und Systemtechnik 2 - Übung 5

WS19/20

Thema: Steuerungsentwurf

(*keywords*: Erreichbarkeit/Steuerbarkeit, Lösung zeitdiskreter Systeme, Deadbeat-Verhalten, Rang- und Hautus-Kriterium)

Aufgabe 1: Zeitdiskrete Steuerung

Betrachtet wird das folgende zeitdiskrete System:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

wobei $x(k) \in \mathbb{R}^n$ und $u(k) \in \mathbb{R}$.

- Entwerfen Sie für das allgemeine zeitdiskrete System eine Steuerung, die dieses in $K \in \mathbb{N}$ Schritten zu einem gewünschten Zustandswert $x_K^* \in \mathbb{R}^n$ bringt. Geben Sie dazu die entsprechende Steuersequenz $U_K = [u(0), u(1), \dots, u(K-1)]^T$ an.
- Welche Anforderung muss gestellt werden, damit die Eigenschaften Steuerbarkeit und Erreichbarkeit äquivalent sind?
- Bestimmen Sie eine Steuerung für das sogenannte *Deadbeat* System

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(k),$$

mit gegebenen $x_n^* = [1, 2, 3, \dots, n]^T$. Wie viele Zeitschritte benötigt das freie System maximal, um die Ruhelage zu erreichen?

Aufgabe 2: Wirtschaftsmodell

Es soll ein klassisches ökonomisches Modell zum Nationaleinkommen $y(k)$ aufgegriffen werden, dass dieses in Jahren k und in Abhängigkeit der Konsumausgaben $c(k)$, der privaten Investitionen $i(k)$ sowie der Staatsausgaben $g(k)$ aufgegriffen werden mit:

$$y(k) = c(k) + i(k) + g(k).$$

Dabei werden die Annahmen getroffen, dass zum einen das Konsumverhalten proportional (marginale Konsumneigung α) zum Nationaleinkommen des Vorjahres ist und zum anderen dass sich das Investitionsniveau proportional (Wachstumskoeffizient β) zur Änderung der Konsumausgaben verhält.

- Leiten Sie ein diskretes Zustandsraummodell zur Bestimmung des Nationaleinkommens $y(k)$ mit den inneren Zuständen $x(k) := [c(k), i(k)]^T$ und dem Eingang $u(k) := g(k)$ her.
- Analysieren Sie das resultierende System hinsichtlich Betriebspunkten, Stabilität und Steuerbarkeit.
- Entwerfen Sie aus der Situation $x_0 = [1, 2]^T$ einen Haushaltsplan (Steuerung), der das Nationaleinkommen während des Antrittsjahres auf $y_0 = 4$ bringt und den Konsum nach der halben Legislatur (2 Jahre) verdreifacht. Nutzen Sie dazu die Parameter $\alpha = 0.5$ und $\beta = 1$.

Aufgabe 3: Hautus-Kriterium

Gegeben sind die folgende Paare (A, B) :

$$(i) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (ii) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie diese mittels des Hautus-Kriteriums auf Steuerbarkeit.