

Regelungs- und Systemtechnik 2 - Übung 6

WS19/20

Thema: Reglerentwurf

(*keywords*: Formel von Ackermann, Vorfilter, Abtastsystem, Stellbeschränkungen, PI-Ausgangsrückführung, Störungskompensation)

Aufgabe 1: Zeitdiskrete Regelung

Ein mit der Abtastzeit T abgetastetes doppelt integrierendes System hat die zeitdiskrete Darstellung

$$x(k+1) = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{pmatrix} u(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$y(k) = x_1(k).$$

- Betrachten Sie den Abtastregelkreis, aus dem das gegebene zeitdiskrete System abgeleitet wurde. Welche generellen Aussagen können hierbei zur Äquivalenz von Erreichbarkeit und Steuerbarkeit (siehe Übung 5) getroffen werden?
- Zunächst soll eine Deadbeat-Regelung, d.h. eine Zustandsrückführung nach Ackermann mit allen Eigenwerten bei $\lambda = 0$ für den geschlossenen Kreis entworfen werden, so dass der Ausgang $y(k)$ den Sollwert $r = 3$ in endlich vielen Schritten erreicht. Wieviele Schritte sind dazu höchstens notwendig? Dabei ist beim Reglerentwurf zu beachten, dass im Gegensatz zum zeitkontinuierlichen Fall das Vorfilter f anders entworfen werden muss. Ansonsten ist die Vorgehensweise analog zu zeitkontinuierlichen Systemen.
- Welche Einfluss hat die Abtastperiode auf das Führungsverhalten und Stellgrößenverlauf (Simulationen) sowie auf die Stabilität des geregelten Systems?
- Die Stellgröße $u(k)$ ohne Vorfilter soll betragsmäßig den Wert 3 nicht überschreiten. Bestimmen Sie hieraus die für den Sollwert $r = 3$ minimal wählbare Abtastperiode T_{\min} . Für die Wahl $T = T_{\min}$ skizzieren Sie den Bereich der unter der Stellbeschränkung zulässigen Anfangswerte $x_0 \in \mathbb{R}^2$.

Aufgabe 2: PI-Zustandsregler

Gegeben sei folgendes lineare System:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

- Untersuchen Sie die Systemgleichungen auf Steuerbarkeit.
- Stabilisieren Sie den Ausgang des Systems bei $y = r$ mit $r = 2$, indem Sie anhand der Formel von Ackermann eine Zustandsrückführung für einen PI-Ausgangsregler entwerfen, so dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei reellen, paarweise verschiedenen Werten $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3$ zu liegen kommen.
- Wie verhält sich das geregelte System in Bezug auf konstante Ausgangsstörungen $d = \text{const.}$, wobei $y = Cx + d$?