# Regelungs- und Systemtechnik 2 - Übung 7

WS19/20

## Thema: **Folgeregelung & Regelung mit Beobachter**

(*keywords*: Folgeregelung, Relativgrad, interne Dynamik, Nulldynamik, Zustandsrückführung, Beobachter, Seperationstheorem)

**Aufgabe 1:** Folgeregelung

Betrachten Sie wieder den Gleichstrommotor aus Übung 3 mit der Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 \\ a_3 & -a_4 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t), \qquad a_i, b_1 > 0,\ i = 1 \dots 4.$$

(a) Wählen Sie als Ausgang die Winkelgeschwindigkeit, d. h. $y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) = x_2(t)$. Bestimmen Sie den zugehörigen Relativgrad $d$. Entscheiden Sie, ob das System minimalphasig ist.

(b) Entwerfen Sie einen Folgeregeler mit I-Anteil, der die Solltrajektorie $y^\star(t)$ asymptotisch stabilisiert.

(c) Untersuchen Sie Teilaufgabe (a) für den Fall, dass der Motorstrom als Ausgang gewählt wird d. h. $y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) = x_1(t)$.

**Aufgabe 2:** Zustandsregler mit Beobachter

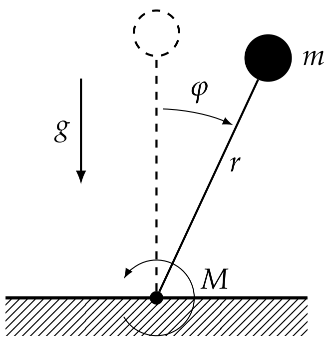


Abbildung 1: Inverses Pendel

Ein inverses Pendel soll stabilisiert werden. Der Stab, an dem die Punktmasse $m$ befestigt ist sei masselos. Infolge der Punktmasse ergibt sich ein Massenträgheitsmoment $J = mr^2$. Der Winkel $\varphi$ ist im Uhrzeigersinn orientiert, wobei $\varphi = 0$ für das senkrecht ausgerichtetete Pendel gilt. Die Größe $r$ bezeichnet den Abstand zwischen Pendeldrehpunkt und Mittelpunkt des Massepunktes, $M$ ein zur Stabiliserung der Ruhelage $\varphi = 0$ aufprägbares Drehmoment und $d$ die Reibung in der Aufhängung. Eingangsgröße ist das Drehmoment $M$, Ausgangsgröße der Winkel $\varphi$. Die Momentenbilanz liefert

$$J\ddot{\varphi} = -d\dot{\varphi} + mgr\sin\varphi - M\,,$$

d. h. ein nichtlineares Modell, bzw. in normierter Form

$$\ddot{\varphi} + a_1\dot{\varphi} - a_0 \sin\varphi = u\,.$$

Bringt man diese Gleichung mittels $x_1 := \varphi$, $x_2 := \dot{x}_1$ in die übliche Zustandsraumdarstellung mit Eingangsgröße $u$ und Ausgangsgröße $y = x_1$, so ergibt die Linearisierung um den Punkt $\varphi = 0$ das System

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{x}_1 \\ \Delta\dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_0 & -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Delta u, \qquad \Delta y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \Delta x$$

mit $a_0, a_1 > 0$. Setzen Sie in den weiteren Rechnungen vereinfachend $a_0 = 100$ und $a_1 = 1$.

(a) Prüfen Sie das linearisierte System auf Steuer- und Beobachtbarkeit.

(b) Berechnen Sie eine Zustandsrückführung $\Delta u = k^\mathsf{T} \Delta x$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $-3, -4$ liegen.
*Hinweis:* Verwenden Sie die Formel von Ackermann.

(c) Ist das geregelte System minimalphasig? Ermitteln Sie hierzu die Nullstellen.

(d) Entwerfen Sie anhand der Formel von Ackermann einen Beobachter so, dass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik $A + l\,C$ bei $-5, -6$ liegen. Geben Sie einen dynamischen Ausgangsregler an, der die Ruhelage $\begin{pmatrix}\Delta x_1 & \Delta x_2\end{pmatrix}^\mathsf{T} = 0$ asymptotisch stabilisiert.

(e) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des geregelten Systems mit Beobachter.

(f) Geben Sie die Dynamikgleichung des Gesamtsystems an und berechnen Sie dessen Eigenwerte. Was fällt Ihnen hierbei auf?