Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Helmholtz-Hörsaal
Freitag, den 21. 09. 2018
Beginn: 10.30 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen sowie Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Studiengang: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	10	19	12	18		59
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

10 Punkte

Gegeben sei ein System in der Zustandsdarstellung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a & -1 & -b \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

mit beliebigen, konstanten Koeffizienten $a \in [2, 3]$ und $b \in [1, 2]$.

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Kharitonov-Polynome, dass das freie System ($u \equiv 0$) für beliebige Koeffizienten nicht asymptotisch stabil ist.

b) Geben Sie die Parameter eines Zustandsreglers $u(t) = k^\top x(t)$ an, der das System für beliebige Koeffizienten stabilisiert.

Aufgabe 2

19 Punkte

Gegeben sei das zeitkontinuierliche System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} \lambda & 2 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda \end{pmatrix} u(t) \tag{1a}$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) \tag{1b}$$

mit Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie die Lösung $x = x(t)$ für $u(t) \equiv 1$ und Anfangszustand $x(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}^\top$ an.

Hinweis: Nutzen Sie falls nötig die Gleichung $A\,P = P\,J$ mit $J = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$.

Betrachtet wird nun das zeitdiskrete System

$$x_\mathrm{d}(k+1) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} x_\mathrm{d}(k) + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} u(k) \tag{2a}$$

$$y(k) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x_\mathrm{d}(k) \tag{2b}$$

b) Bestimmen Sie den Parameter λ und die Abtastzeit T so, dass für $u(t) \equiv 0$ gilt:

$$x(kT) = x_\mathrm{d}(k)\,.$$

c) Wegen Hardwarebeschränkungen soll das System (2) als „Beobachter" für das zeitkontinuierliche System (1) genutzt werden. Berechnen Sie zunächst die Parameter b_1 und b_2.

Zeigen Sie dann, dass der Schätzfehler $e(k) = x_\mathrm{d}(k) - x(kT)$ gegen null konvergiert. Nehmen Sie dazu an, dass u über eine Abtastperiode konstant ist.

d) Existiert eine Verstärkung $L \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ so, dass die Eigenwerte einer zeitdiskreten Beobachterfehlerdynamik beliebig gewählt werden können?

Aufgabe 3 **12 Punkte**

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s+6}{(s+2)(s+4)}.$$

a) Ermitteln Sie eine Realisierung der Übertragungsfunktion im Zustandsraum.

Nun soll ein Zustandsregler mit Vorfilter

$$u = k^\top x + f\, r$$

entworfen werden.

b) Ermitteln Sie die Reglerverstärkung k so, dass die Eigenwerte der Dynamik im geschlossenen Regelkreis bei -10 und -6 liegen.

c) Bestimmen Sie nun die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ des mit dem Zustandsregler aus der vorherigen Aufgabe geschlossenen Regelkreises.

d) Wie muss f gewählt werden, so dass die stationäre Verstärkung von $T(s)$ gleich 1 ist?

Aufgabe 4

18 Punkte

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ p & -3 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

mit Parameter $p \in \mathbb{R}$.

a) Das System wird mit dem Ausgangsregler $u = 3\,y$ geregelt. Bestimmen Sie den Bereich für den Parameters p so, dass der Ausgangsregler das System stabilisiert.

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler $u = k^\top x$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei -3 und -4 liegen. Für welchen Parameterbereich stabilisiert der Zustandsregler das System?

Es sei nun nicht mehr die ganze Zustandsinformation vorhanden, nur der Ausgang y wird gemessen.

c) Für welche Parameter p ist das System beobachtbar? Entwerfen Sie für diese Parameterwahl einen Beobachter $\dot{\hat{x}} = Ax + Bu + L(C\hat{x} - y)$ so, dass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik $\dot{e} = (A + LC)\,e$ bzgl. Beobachterfehler $e = \hat{x} - x$ beide bei -5 liegen.

d) Ist das geregelte Gesamtsystem bestehend aus Strecke mit Beobachter und dem Regelgesetz $u = k^\top \hat{x}$ mit dem Vektor k aus Aufgabenteil b) asymptotisch stabil?