Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Humboldt-Hörsaal
Montag, den 28. 02. 2011
Beginn: 8.00 Uhr
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	9	6	8	10		33
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

9 Punkte

Ein vereinfachtes Modell eines Stromwandlers (Hochsetzsteller) ist das folgende nichtlineare System zweiter Ordnung:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -u(t)\,x_2(t) + E\\ \dot{x}_2(t) &= u(t)\,x_1(t) - G\,x_2(t)\end{aligned}$$

Dabei ist $x(t) \in \mathbb{R}^2$ der Zustandsvektor, $u(t) \in \mathbb{R}$ ein skalarer Eingang und $E, G > 0$ sind reelle Konstanten.

a) Ermitteln Sie den stationären Betriebspunkt $(\tilde{x}, \tilde{u})$ mit $\tilde{x} = \begin{pmatrix}\tilde{x}_1\\ \tilde{x}_2\end{pmatrix}$, wenn man den stationären Wert des Zustands x_2 als $\tilde{x}_2 = V > E$ vorgibt.

b) Bestimmen Sie das am stationären Betriebspunkt $(\tilde{x}, \tilde{u})$ linearisierte System

$$\frac{d}{dt}\Delta x(t) = A\,\Delta x(t) + B\,\Delta u(t)$$

bzgl. der Abweichungen $\Delta x := x - \tilde{x}$ und $\Delta u := u - \tilde{u}$.

c) Ist das am Betriebspunkt linearisierte System für $\Delta u \equiv 0$ asymptotisch stabil?

d) Ist das am Betriebspunkt linearisierte System steuerbar?

e) Ist das am Betriebspunkt linearisierte System vom Ausgang $y = \Delta x_1$ aus beobachtbar?

Aufgabe 2

6 Punkte

Man betrachte die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ mit

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+1)}{s^2},$$

wobei $\mathcal{L}\{u\}(t) = U(s)$ und $\mathcal{L}\{y\}(t) = Y(s)$ die Laplace-Transformierten der Eingangs- und Ausgangssignale sind.

a) Bestimmen Sie eine Realisierung dieser Übertragungsfunktion als Zustandsraummodell mit Zustand $x(t)$, Eingang $u(t)$ und Ausgang $y(t)$.

b) Ist der Ursprung $x = 0$ des Systems im Zustandsraum für verschwindende Eingänge $u \equiv 0$ asymptotisch stabil?

c) Ist der Systemausgang y minimalphasig?

d) Bestimmen Sie rechnersich den zeitlichen Verlauf des Systemausgangs $y(t)$ in Abhängigkeit des Anfangszustands $x(t_0) = x_0$ und des zeitlichen Verlaufs der Eingangsgröße u.

Aufgabe 3

8 Punkte

Gegeben ist das System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)\,.$$

a) Ist das System steuerbar?

b) Entwerfen Sie einen Polvorgaberegler mit Vorfilter so, daß die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises auf -1 und-2 zu liegen kommen und die Ausgangsgröße y stationär einen beliebigen Endwert r erreicht.

In der Regelung soll nun auf die Messung von x_2 verzichtet und nur der Ausgang $y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$ gemessen werden.

c) Zeigen Sie, daß das System beobachtbar ist.

d) Entwerfen Sie einen vollständigen Beobachter zur Schätzung des Zustands $x(t)$, indem Sie die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik auf -3 und -4 legen.

e) Wie lautet dann die dynamische Ausgangsrückführung zur Polvorgabe unter Beobachter?

Aufgabe 4

10 Punkte

Für das System

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

soll ein Folgeregler entworfen werden.

a) Ist das System für $u \equiv 0$ stabil bzw. asymptotisch stabil?

b) Welchen Relativgrad d hat der Ausgang des Systems?

c) Weist das System eine Nulldynamik auf? Wenn ja, ermitteln Sie eine Darstellung für die Nulldynamik des Systems und prüfen Sie sie auf Stabilität.

d) Für eine gegebene Solltrajektorie $y^\star(t)$ bestimmen Sie einen Folgeregler vom PID-Typ so, daß der Regelfehler $e(t) = y(t) - y^\star(t)$ asymptotisch stabil dem Regelfehler $e = 0$ zustrebt. Wie oft muß $y^\star(t)$ dazu mindestens differenzierbar sein?