Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Humboldt-Hörsaal
Dienstag, den 07. 02. 2012
Beginn: 10.30 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________

Studiengang: ______________________

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	24	12	10	9		55
erreichte Punkte						
					Note	

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 2

Aufgabe 1

24 Punkte

Gegeben ist eine vereinfachte Zustandsgleichung eines magnetischen Hebesystems gemäß

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t)\\ \dot{x}_2(t) &= k\left(\frac{u(t)}{x_1(t)-c}\right)^2 - g\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $x(t) \in \mathbb{R}^2$ und skalarem Eingang $u(t) \in \mathbb{R}$. Die Parameter k, c und g seien positive reelle Zahlen. Für alle Zeiten t gelte $x_1(t) > c$.

a) Ermitteln Sie die stationären Betriebspunkte $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{u})$ in Abhängigkeit der Vorgabe $\tilde{x}_1 = h$.

b) Bestimmen Sie die Systemmatrizen A und B des an einem Betriebspunkt $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{u})$ nach Teilaufgabe a) linearisierten Systems

$$\frac{d}{dt}\Delta x(t) = A\,\Delta x(t) + B\,\Delta u(t)$$

mit den Abweichungsgrößen $\Delta x(t) := x(t) - \tilde{x}$ bzgl. $\tilde{x} = \begin{pmatrix}\tilde{x}_1\\ \tilde{x}_2\end{pmatrix}$ und $\Delta u(t) := u(t) - \tilde{u}$.

c) Ist das am Betriebspunkt linearisierte freie System ($\Delta u \equiv 0$) stabil, instabil oder asymptotisch stabil?

Im weiteren gehen Sie vereinfachend von den folgenden Systemgleichungen am Betriebpunkt aus:

$$\frac{d}{dt}\Delta x(t) = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\Delta x(t) + \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\Delta u(t)$$

d) Ist das am Betriebspunkt linearisierte System steuerbar?

e) Ist das am Betriebspunkt linearisierte System von einem Ausgang $y(t) = \Delta x_1(t)$ beobachtbar? Ist es von einem Ausgang $y(t) = \Delta x_2(t)$ beobachtbar?

f) Ermitteln Sie mit Hilfe der Formel von Ackermann Reglerkoeffizienten eines Zustandsreglers der Form $\Delta u(t) = k^{\mathrm{T}}\Delta x(t)$, welche der Systemdynamik im geschlossenen Regelkreis einen Doppelpol bei -1 verleihen.

g) Die Zustandsgröße Δx_2 sei nicht meßbar. Entwerfen Sie einen Beobachter bzgl. der Meßgröße $y(t) = \Delta x_1(t)$ zur Bestimmung eines Zustandsschätzwerts $\Delta\hat{x}(t)$. Wählen Sie dabei die Beobachterverstärkung $l \in \mathbb{R}^2$ so, daß die Beobachterfehlerdynamik einen doppelten Eigenwert bei -2 aufweist.

h) Begründen Sie anhand des charakteristischen Polynoms der Systemdynamik des geschlossenen Regelkreises, daß der Regler $\Delta u(t) = k^{\mathrm{T}}\Delta\hat{x}(t)$ mit Vektor k der Zustandsrückführung nach Teilaufgabe f) und Zustandsschätzwert $\Delta\hat{x}(t)$ nach Teilaufgabe g) den geschlossenen Regelkreis stabilisiert.

Aufgabe 2 **12 Punkte**

Man betrachte das System anhand der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 - s - 1}{s^3 + 2s^2 + s + 2}$$

mit Laplace-transformiertem Eingangs- und Aussgangssignal $\mathcal{L}\{u\}(t) = U(s)$ bzw. $\mathcal{L}\{y\}(t) = Y(s)$.

a) Bestimmen Sie eine Realisierung dieser Übertragungsfunktion als Zustandsraummodell mit Zustand $x(t)$, Eingang $u(t)$ und Ausgang $y(t)$.

b) Ist das freie System ($u \equiv 0$) asymptotisch stabil?

c) Bestimmen Sie den Relativgrad des Systems bzgl. Ausgang y.

d) Ist das System minimalphasig? Bestimmen Sie ggf. die Eigenwerte der Nulldynamik.

Aufgabe 3 **10 Punkte**

Gegeben ist das zeitdiskrete System zweiter Ordnung

$$x(i+1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(i) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(i)$$
$$y(i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(i)$$

a) Ist das freie System ($u \equiv 0$) stabil, asymptotisch stabil oder instabil?

b) Ist das System erreichbar?

c) Bestimmen Sie den Vektor $k \in \mathbb{R}^2$ im Regelgesetz $u(i) = k^{\mathrm{T}} x(i)$ so, daß alle Eigenwerte im geschlossenen Regelkreis bei Null liegen.

d) Wie muß das Vorfilter $f \in \mathbb{R}$ gewählt werden, so daß das Regelgesetz $u(i) = k^{\mathrm{T}} x(i) + f\, r$ mit Vektor k aus Teilaufgabe c) den Ausgang y asymptotisch zu $r = 1$ eingeregelt? Wieviele Schritte sind hierzu maximal notwendig?

Aufgabe 4

9 Punkte

Ein an einem Betriebspunkt linearisiertes Systemmodell eines Dreitanksystems hat die Darstellung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

a) Bestimmen Sie den Vektorrelativgrad $d = (d_1,\, d_2)$ des Systems.

b) Zeigen Sie, daß das System statisch entkoppelbar ist.

c) Berechnen Sie geeignete Matrizen K und F für eine Zustandsrückführung

$$u(t) = K\,x(t) + F\,r(t)$$

so, daß gilt: $\dot{y}_1 = r_1(t)$ und $\dot{y}_2 = r_2(t)$ (Integratoren).

d) Wählen Sie ein geeignetes $c \in \mathbb{R}$ im Ansatz

$$r_i(t) = c\,y_i(t), \quad i = 1,2$$

so, daß beide Integratoren stabilisiert werden. Wird auf diese Weise auch die Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises erreicht? (Begründung)