Fachgebiet Regelungstechnik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. Johann Reger

TECHNISCHE UNIVERSITÄT ILMENAU

# Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3/ Regelung mechatronischer Systeme

Winter 2017/2018

Humboldt-Hörsaal
Mittwoch, den 21. 03. 2018
Beginn: 12.30 Uhr
Bearbeitungszeit: 120 Min

**Modalitäten**

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen, Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ______________________

Matr.-Nr.: ______________________ Abgabe: ______

Studiengang: ______________________ Zusatzblätter: ______

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| max. Punkte | 18 | 20 | 16 | 20 | | 74 |
| erreichte Punkte | | | | | | |
| | | | | | Note | |

## Aufgabe 1

**18 Punkte**

Betrachtet werden soll ein MIMO-System

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A\,x(t) + B\,u(t)\\ y(t) &= C\,x(t)\end{aligned}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabilisierbar?

b) Transformieren Sie das System in die Form

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}(t) &= \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{22} \end{pmatrix} \bar{x}(t) + \begin{pmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{pmatrix} u(t)\\ y(t) &= \bar{C}\,\bar{x}(t)\end{aligned}$$

und ermitteln Sie die Matrizen $\bar{A}_{11}$, $\bar{A}_{12}$, $\bar{A}_{22}$, $\bar{B}$ und $\bar{C}$.

c) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ für das System an.

*Hinweis:* Nutzen Sie die Struktur aus Aufgabenteil b).

## Aufgabe 2

**20 Punkte**

Betrachten Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s(s+p)} & \frac{1}{s} \end{pmatrix}$$

mit $p < 0$.

a) Bestimmen Sie eine Realisierung der Übertragungsfunktion als Zustandsraumdarstellung.

b) Ist die von Ihnen gefundene Realisierung minimal?

c) Sei nun $p = 0$. Prüfen Sie, ob Ihre Wahl auch die Übertragungsfunktion $G(s)$ für $p = 0$ realisiert. Falls nicht, bestimmen Sie eine Realisierung für $p = 0$. Ist diese Realisierung minimal?

*Hinweis:* Falls nötig nutzen Sie die Zerlegung $G(s) = (G_1(s) \;\; G_2(s))$.

## Aufgabe 3

**16 Punkte**

Es soll die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2\,(s+2)} \begin{pmatrix} s+1 & (s+1)(2s+1) \\ s+2 & (s+2)(s^2+5s+3) \\ 1 & 2s+1 \end{pmatrix}$$

untersucht werden.

a) Ist $G(s)$ BIBO-stabil?

b) Ist $G(s)$ proper bzw. strikt proper?

c) Berechnen Sie die Smith-McMillan Form von $G(s)$.

d) Bestimmen Sie die Nullstellen und Pole von $G(s)$ sowie deren kanalweisen Vielfachheiten.

e) Bestimmen Sie den McMillan-Grad von $G(s)$. Geben Sie die Ordnung der zugehörigen Minimalrealisierung an.

## Aufgabe 4

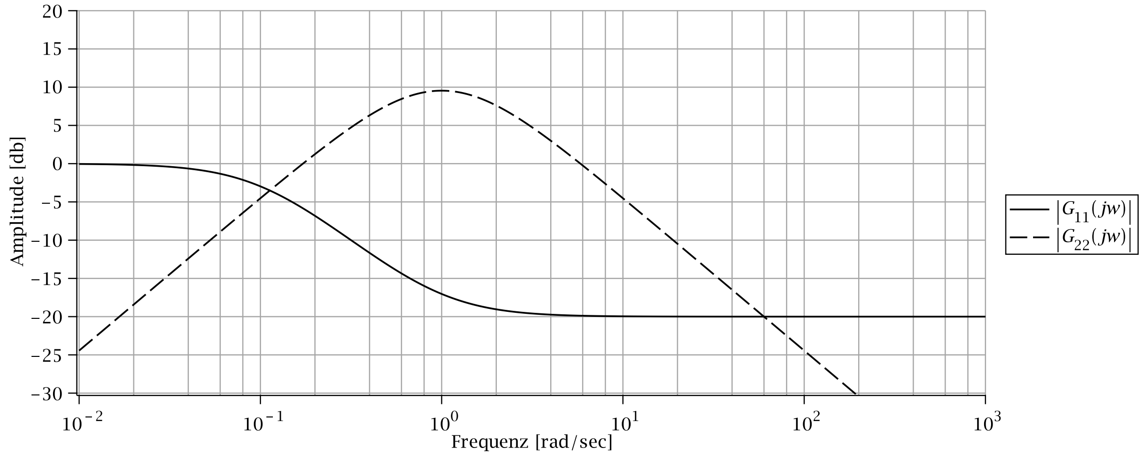
**20 Punkte**

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{s+1}{10s+1} & 0 \\ 0 & \frac{6s}{s^2+2s+1} \end{pmatrix}.$$

a) Begründen Sie, ob $G$ zu $\mathcal{H}_2$, $\mathcal{RH}_2$, $\mathcal{H}_\infty$ bzw. $\mathcal{RH}_\infty$ gehört.

b) Eine Abbildung des Amplitudengangs von $G_{11}(s) = \frac{s+1}{10s+1}$ und $G_{22}(s) = \frac{6s}{s^2+2s+1}$ ist




Kennzeichnen Sie in dieser Abbildung den maximalen Singulärwert $\overline{\sigma}(G(j\omega))$, den minimalen Singulärwert $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ und $\|G\|_\infty$, d.h. die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von $G$.

Betrachten Sie nun die skalarwertige Übertragungsfunktion

$$\hat{G}(s) = \frac{as+1}{bs+1}$$

mit Koeffizienten $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

c) Bestimmen Sie $a$, $b$ so, dass $\hat{G} \in \mathcal{H}_2$. Berechnen Sie für diesen Fall die $\mathcal{H}_2$-Norm von $\hat{G}$.

d) Bestimmen Sie $a$, $b$ so, dass $\hat{G} \in \mathcal{H}_\infty$. Berechnen Sie für diesen Fall die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von $\hat{G}$.