Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3/ Regelung mechatronischer Systeme

Winter 2018/2019

Hörsaal 2

Donnerstag, den 21. 03. 2019

Beginn: 15.30 Uhr

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen, Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: ____________________

Matr.-Nr.: ____________________

Studiengang: ____________________

Abgabe: ________

Zusatzblätter: ____

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	20	16	15	15		66
erreichte Punkte						
					Note	

Aufgabe 1

20 Punkte

Gegeben sei das System

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass das Paar (A, B) steuerbar ist und geben Sie deren Steuerbarkeitsindizes an.

b) Transformieren Sie das System auf Regelungsnormalform.

Es soll nun eine Zustandsrückführung der Form

$$u(t) = K\,x(t), \qquad K = \begin{pmatrix} k_1{}^\top \\ k_2{}^\top \end{pmatrix}, \qquad k_1, k_2 \in \mathbb{R}^3$$

entworfen werden.

c) Geben Sie zwei mögliche Lösungen für K an, so dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix im geschlossenen Regelkreis bei $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -1 + j$ und $\lambda_3 = -1 - j$ zu liegen kommen.

Hinweis: Verwenden Sie die Regelungsnormalform und transformieren Sie zurück.

d) In der zugehörigen Anwendung soll das Stellsignal u_1 (betragsmäßig) möglichst klein gehalten werden. Beurteilen Sie mittels $\|k_1\|_2$, welcher Ihrer Regler hierzu besser geeignet ist.

Aufgabe 2

16 Punkte

Sei $G(s)$ eine $p \times m$ Übertragungsmatrix mit dem McMillan-Grad q.

a) Geben Sie die Dimension der Matrizen A, B, C und D einer Minimalrealisierung an.

Betrachten Sie nun die Übertragungsmatrix

$$G(s) = \begin{pmatrix} 4 & \dfrac{2}{s+1} \\ \dfrac{s+1}{s-1} & 3\dfrac{(-s+1)(s+1)}{s^2-1} \\ \dfrac{1}{s^2-1} & 0 \end{pmatrix}$$

b) Gehört G zu $\mathcal{RH}_\infty$?

c) Ist G strikt proper?

d) Berechnen Sie die Smith-McMillan-Form von G.

e) Bestimmen Sie die Nullstellen und Pole von G sowie deren (kanalweise) Vielfachheiten.

f) Bestimmen Sie den McMillan-Grad von G.

Aufgabe 3 **15 Punkte**

Gegeben seien die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2}, \qquad G_2(s) = \frac{s+1}{s}.$$

a) Bestimmen Sie die $\mathcal{H}_2$-Norm von G_1 und G_2, falls diese Norm jeweils existiert.

b) Geben Sie eine minimale Realisierung für die Übertragungsfunktionen an.

c) Die Streckenübertragungsfunktion $G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U_1(s)}$ werde nun mit $G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U_2(s)}$ geregelt, so dass gilt:

$$U_1(s) = Y_2(s) \quad \text{und} \quad U_2(s) = R(s) - Y_1(s).$$

Bestimmen Sie die Matrizen A, B, C und D der Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Regelkreises.

d) Lösen Sie die Lyapunov-Gleichung

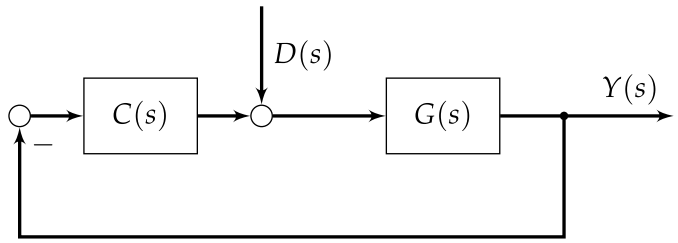
$$AL_c + L_cA^\top + BB^\top = 0\,.$$

e) Berechnen Sie die $\mathcal{H}_2$-Norm der Übertragungsfunktion $\dfrac{Y_1(s)}{R(s)}$.

Aufgabe 4

15 Punkte

Betrachten Sie den dargestellten Regelkreis mit $C(s) = K$, $K \in \mathbb{R}$, und $G(s) = \dfrac{s-1}{s^2+1}$.



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $S_\mathrm{i}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$ der Störung $D(s)$ in Wirkung auf $Y(s)$.

b) Für welchen Bereich von K existiert $\|S_\mathrm{i}\|_\infty$, d.h. die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von S_i ?

c) Berechnen Sie in Abhängigkeit von K die Frequenz ω_∞, bei der $\|S_\mathrm{i}\|_\infty$ erreicht wird.

d) Ermitteln Sie den Bereich von K, für den die $\mathcal{H}_\infty$-Norm von S_i bei $\omega_\infty = 0$ liegt.

e) Bestimmen Sie für das Störsignal $d(t) = e^t$ den stationären Endwert der Ausgangsgröße y.