

Klausur: Regelungs- und Systemtechnik 3

Sommer 2019

Hörsaal 2
 Dienstag, den 30. 07. 2019
 Beginn: 10.30 Uhr
 Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Als Hilfsmittel sind **nur** handschriftliche Aufzeichnungen, Kopien der Vorlesungs- und Übungsunterlagen sowie Übungsklausuren zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen Zusatzblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Name: _____

Matr.-Nr.: _____

Studiengang: _____

Abgabe: _____

Zusatzblätter: _____

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
max. Punkte	16	10	17	14		57
erreichte Punkte						
Note						

Aufgabe 1

16 Punkte

Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{7s + 11}{s^2 + 4s + 3} & \frac{2s + 7}{s + 3} \\ \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}s + 1} & \frac{s + 3}{(s + 1)(s + 4)} \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Polstellen von $G(s)$.
- Zeigen Sie, dass $G(s)$ zu \mathcal{RH}_∞ , aber nicht zu \mathcal{RH}_2 gehört.
- Bestimmen Sie eine Realisierung der Übertragungsfunktion als Zustandsraumdarstellung.
Hinweis: Nutzen Sie den Ansatz der Gilbert-Realisierung.
- Ist die von Ihnen gefundene Realisierung minimal? (Begründung)
- Geben Sie die Dimensionen der Matrizen A , B , C und D einer minimalen Realisierung an.

Aufgabe 2

10 Punkte

Gegeben ist das durchgriffsfreie SISO-System

$$\dot{x} = A x + B u, \quad y = C x$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0).$$

a) Zeigen Sie, daß die Riccati-Gleichung

$$X A + A^T X - X B B^T X + C^T C = 0$$

eine positiv semidefinite, aber keine positiv definite, stabilisierende Lösung hat.

b) Berechnen Sie die Lösung X .

c) Geben Sie für die \mathcal{H}_∞ -Norm der Übertragungsfunktion $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$ eine obere Schranke an. Begründen Sie Ihre Wahl.

Hinweis: Teilaufgabe a) kann unabhängig von Teilaufgabe b) gelöst werden.

Aufgabe 3

17 Punkte

Gegeben seien die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{4}{s+p}, \quad G_2(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

mit $p > 0$.

- a) Bestimmen Sie die kleinsten Zahlen c_i , $i = 1, 2$, so dass für die \mathcal{L}_2 -Norm von y_i für beliebige $u_i \in \mathcal{L}_2$ gilt:

$$\|y_i\|_2 \leq c_i \|u_i\|_2.$$

- b) Nun werden beide Übertragungsfunktionen als $G_1(s)G_2(s)$ in Reihe geschaltet. Für beliebige $p > 0$ ergibt sich eine Abschätzung

$$\|y_2\|_2 \leq c \|u_1\|_2.$$

Bestimmen Sie c .

- c) Prüfen Sie, dass für $p = 2$

$$G(s) = \left[\begin{array}{cc|c} -4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

eine Realisierung von $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ ist.

- d) Geben Sie die zugehörige Hamiltonmatrix H_γ an.

- e) Zeigen Sie, dass

$$\|G\|_\infty > 1.$$

Hinweis: Die Eigenwerte von H_γ müssen nicht exakt bestimmt werden.

- f) Geben Sie für $p = 1$ die induzierte \mathcal{L}_∞ -Systemverstärkung von $G(s)$ für beliebige Eingangssignale $u \in \mathcal{L}_\infty$ an.

Aufgabe 4

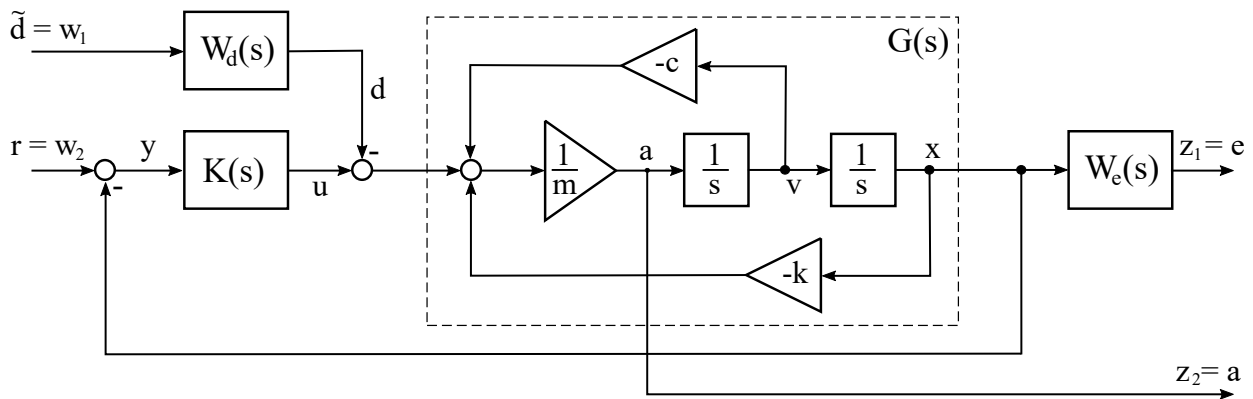
14 Punkte

Gegeben ist das Feder-Masse-Dämpfer-System

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = u(t) - d(t)$$

mit Beschleunigung $a = \ddot{x}$ und Geschwindigkeit $v = \dot{x}$.

Betrachten Sie dazu das folgende Blockdiagramm des geregelten Systems zur Problemformulierung:



Dabei ist $z^\top := (e, a)$ Zielgröße, $w^\top := (\tilde{d}, r)$ Einflussgröße, y Messausgang und u Stellgröße.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen $G(s)$ von u nach x sowie die Übertragungsfunktion $G_a(s)$ von u nach a .
- Begründen Sie warum, mit Hinblick auf einen \mathcal{H}_∞ -Reglerentwurf für das gegebene System, für den Parameter $c \neq 0$ gelten muss. Warum wäre außerdem eine Gewichtungsfunktion $W_d(s)$ mit Relativgrad $r_d > 0$ nötig?
- Bestimmen Sie die allgemeine Übertragungsfunktion $P(s)$ von $\begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix}$.
Hinweis: Stellen Sie die Gesamtübertragungsfunktion in Abhängigkeit von G , W_e und W_d dar.
- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $T_{zw}(s)$ von z nach w unter Anwendung der unteren Möbiustransformation $\mathcal{F}_l(P, K)$.

