Regelungs- und Systemtechnik 3 — Übung 1

Sommer 2016

Aufgabe 1

Ein an einem Betriebspunkt linearisiertes Systemmodell eines Dreitanksystems habe die Darstellung

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

a) Bestimmen Sie den Vektorrelativgrad $d = (d_1,\ d_2)$ des Systems.

b) Zeigen Sie, daß das System statisch entkoppelbar ist.

c) Berechnen Sie geeignete Matrizen K und F für eine Zustandsrückführung

$$u(t) = K\,x(t) + F\,r(t)$$

so, daß gilt: $\dot{y}_1 = r_1(t)$ und $\dot{y}_2 = r_2(t)$.

d) Wählen Sie ein geeignetes $c \in \mathbb{R}$ im Ansatz

$$r_i(t) = c\,y_i(t), \quad i = 1,2$$

so, daß beide Integratoren stabilisiert werden. Wird auf diese Weise auch die Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises erreicht?

Aufgabe 2

Gegeben sei das lineare, zeitinvariante MIMO-System

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0$$
$$y = Cx$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Steuerbarkeitsmatrix R.

b) Bestimmen Sie die Steuerbarkeitsindizes μ_1 und μ_2 sowie die zugehörige Matrix $\bar{R}$.

c) Transformieren Sie das System auf Regelungsnormalform.

d) Berechnen Sie die Übertragungsmatrix $G(s)$.

Mit Hilfe der Regelungsnormalform soll nun ein Zustandsregler $u = K\,x$ entworfen werden.

e) Bestimmen Sie die Rückführmatrix K so, daß die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3, \lambda_3 = -4$ zu liegen kommen.

f) Entwerfen Sie das Vorfilter F im erweiterten Regelgesetz $u = K\,x + F\,y^\star$ so, daß

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = y^\star$$

für einen beliebigen Sollwert $y^\star \in \mathbb{R}^2$ erfüllt ist.

Betrachten Sie nun einen Ausgang der Form $\bar{y} = \bar{C}\,x$ mit

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} .$$

g) Entsprechend den oberen Betrachtungen, mit K aus Teilaufgabe e, sei wieder

$$\lim_{t\to\infty} \bar{y}(t) = y^\star$$

für einen beliebigen Sollwert $y^\star \in \mathbb{R}^2$ gefordert. Können Sie diese Forderung erfüllen?