Regelungs- und Systemtechnik 3 — Übung 6

Sommer 2016

Aufgabe 1

Gegeben sei die algebraische Riccati-Gleichung

$$XA + A^{\mathrm{T}}X + XRX + Q = 0,$$
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},\ R = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\ Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Lösung X und zeigen Sie, daß die Matrix $A + R\,X$ Hurwitz ist.

Aufgabe 2

Betrachten Sie das Blockschaltbild in Abb. 1, welches aus der Strecke G, dem Regler K und den

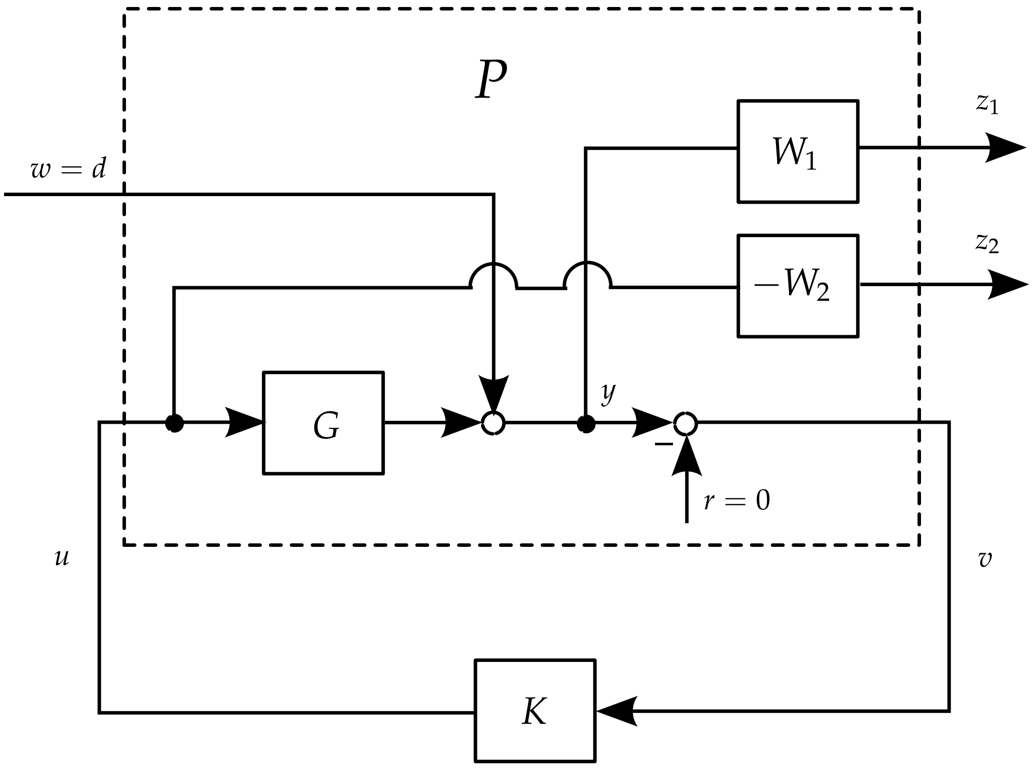

Abbildung 1: Regelkreis

Wichtungsmatrizen W_1, W_2 der Ausgänge besteht. Weiterhin haben Sie die exogenen Eingänge $w = d$ (Störung) und die exogenen Ausgänge $z_1 = W_1 y$, $z_2 = -W_2 u$ gegeben.

Berechnen Sie mit der Möbius-Transformation (LFT) die Übertragungsfunktion T_{zw} mit $z^{\mathrm{T}} = (z_1\ z_2)$, indem Sie einen Teil des Übertragungsverhaltens mit der Übertragungsmatrix P zusammenfassen.

Aufgabe 3

Gegeben sei das skalare System

$$\dot{x} = ax + u, \quad a \in \mathbb{R}$$

und das hierzu zu minimierende Gütefunktional

$$J = \int_0^\infty (qx(t)^2 + ru(t)^2)dt, \quad q \geq 0, r > 0\,.$$

Das LQR-Problem soll entlang der folgenden Schritte gelöst werden:

a) Überlegen Sie sich, ob Stabilisierbarkeit und Detektierbarkeit vorliegt.

b) Lösen Sie die algebraische Riccati-Gleichung.

c) Berechnen Sie das LQR-Regelgesetz und das System des geschlossenen Regelkreises.

d) Diskutieren Sie das Regelgesetz bzw. das Verhalten im geschlossenen Regelkreis, wenn Sie q festhalten und r variieren und umgekehrt.

e) Zeigen Sie: Die Ausgangsstörsensitivität $S(s)$ erfüllt die Ungleichung $|S(j\omega)| =\leq 1\ \forall\omega \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie abschließend die Ortskurve der offenen Kette $L(s) = G(s)C(s)$.